

Kurs 8-15. Grundlagen der Logistik

Standort

8. Kurse von 1996 bis 2000

- 8.1. Elemente der Logik, 1996-1997 (EL1-EL92, 115 S.)
- 8.2. Elemente der Methodik, 1996-1997 (EM1-EM71, 101 S.)
- 8.3. Elemente der Religionsphilosophie 96-97, ERF1-ERF335, 396 S.)
- 8.4. Einführung in New Age, 1998-1999, (NA1-NA151, 80 S.)
- 8.5. Elemente der Logik, 1997-1998, (EL1-EL99, 133 S.)
- 8.6. Elemente der Ontologie, 1997-1998 (HM1-HM24, 30 S.)
- 8.7. Kosmologie, 1997-1998 (K1-K52, 62 S.)
- 8.8. Theologie, 1997-1998 (TH1-TH42, 50 S.)
- 8.9. Der Mensch als biologisches Wesen, 1997-1998 (BW1-BW42, 52 S.)
- 8.10. Der Mensch als unsterbliche Seele, 1997-1998 (OZ1-OZ37, 37 S.)
- 8.11. Elemente der Kulturphilosophie, 1998-1999 (CF1-F58, 70 S.)
- 8.12. Elemente des Kognitivismus I, 1999-2000 (COGN1-COGN52, 68 S.)
- 8.13. Elem. of Cognitivism II, 1999-2000 (COGN2.1-COGN.2.130, 157p.)
- 8.14. Elemente des Kognitivismus III, 1999-2000 (COG3.1-COG3.58, 82 S.)
- 8.15. Elemente der Logistik, 1999-2000 (LOG1-LOG39, 49 S.)**
- 8.16. Die soziale Frage als kulturelle Qualität, 99-00 (SK1-SK100, 141 S.)

Bemerkung: *Dieser Kurs wurde mit größerem Zeilenabstand als der Text des Originalkurses formatiert. Daher entsprechen die Verweise in der älteren Version nicht der aktuellen Seitenzählung von Word. Aus diesem Grund wird die ursprüngliche Seitenzählung jeweils mit den Buchstaben „LOG“ angezeigt. Diese stehen für „LOGistik“ und werden von der alten Seitenzahl gefolgt.*

Einleitung: *Das grundlegende Axiom der Logistik ist der Nominalismus. Angewendet auf bloße Symbole, auf leere Hüllen, ist das unproblematisch. Doch in der Realität des Lebens sieht die Sache ganz anders aus. Es entsteht eine Welt ohne Geist, ohne Seele, die mit der „Sophia Perennis“, der ewigen Philosophie, wie sie die Tradition seit Jahrhunderten kennt und erfahren hat, bricht. Die Logistik kennt keine ethischen Normen, sondern nur gesellschaftliche Übereinkünfte. In diesem Sinne ist sie eine „nominalistische Kulturrevolution“.*

Kurs 8-15. Grundlagen der Logistik

Inhalt: Klicken Sie auf den Text, den Sie lesen möchten.

Kurs 8-15. Grundlagen der Logistik	1
1. Lesezeichen (1)	2
2. Einleitung (2/6)	3
2. Das logistische Konzept der „Funktion“ (6/13)	8
2.1. Funktionen (6)	8
2.2. Oppositionelle Funktionen (7/8)	9
2.3. Deskriptive (bezeichnende) Funktionen (8/9)	11
2.4. Deskriptive Funktionen (8/9)	12
2.5. Quantifizierung (10/12)	15
3. Angebot Logistik (14/26)	18
3.1. Aussagenlogik (Negativität, Konjunktion und Disjunktion) (14/16)	18
3.2. Implikation (17/23)	22
4. Gleichnis (27/28)	35
5. Klassen- und Beziehungslogistik (29/35)	37
5.1. Logik in diesem Zusammenhang (29/32)	37
5.2. Klassenzimmerorganisation (33/34)	42
5.3. Beziehungslogistik (35).	45
6. Das Lügnerparadoxon (36/37)	46
7. Nominalismus (38/39)	49

LOG1

1. Lesezeichen (1)

Anmerkung: „EO“ bedeutet „Elemente der Ontologie“. Die Ontologie lehrt uns, angesichts aller Dinge zu fragen, wie real sie sind und wie sie wirklich sind. Wir versuchen, auf diesen wenigen Seiten einen Einblick in die Logistik zu geben.

1. – Einleitung . – 02.06. – Zielsetzung. Grundlagenarbeit. Entwicklung. Jacobys Meinung dazu. – Tarskis Erläuterungen.

2. – Der logistische Funktionsbegriff . – 06/13. – Funktionen (Konstanten – Variablen). – Aussagenfunktionen. – 07/08. – Deskriptive Funktionen. – 8. – Quantifizierung. – 10/12. – Freie und gebundene Variablen. – 13.

3. – Aussagenlogik. – Die Grundsprache. – 14/26. – Logistische Konstanten (und/oder/wenn, dann usw.). – Konjunktion und Disjunktion. – 14 Disjunktion. – Kombinatorik (16). – Implikation („wenn, dann“). – 17/23. – Formale Logik unterscheidet sich von formalisierter Logik (17/18). – Materielle Implikation (19/20). Physikalisches Gesetz (20/21). Implikation in der Mathematik (22/23). 7. Äquivalenz. – 24. – Gesetze der Aussagenlogik.

25. Wahrheitsfunktionen und -tabellen. 26.

4. – Gleichnis. – 27/28.

5. – Klassen- und Beziehungslogistik. – 29/35. – Relevante Logik. – 29/32. – Ähnlichkeit und Kohärenz (30). Zusammenfassung (31). Eine Logik/Viele Logistik (32). – Klassenlogistik. – 33/34. – Beziehungslogistik.

6. – Bonus. – Das Lügnerparadoxon (Logisch und Logisch) – 36/37.

7. – Nominalismus. – 38/39. – Sozialtechnik (J. Dewey) als Nominalismus. – 38. – „Alles, was existiert, ist formbar“ als Nominalismus. – 39.

Anmerkung: Das grundlegende Axiom der Logistik, insbesondere in ihrer Entwicklung seit G. Frege, ist der Nominalismus. Aus diesem Grund wurde der Übergang von der natürlichen Logik zur Logistik ausführlich erörtert. Dieser Übergang veranschaulicht die nominalistische Methode. Angewendet auf bloße Symbole, ist dies unproblematisch. Angewendet auf die Realität hingegen, treten Probleme auf, die wir auf den letzten beiden Seiten kurz skizziert haben.

LOG 2

2. Einleitung (2/6)

Elemente der Logistik.

Absicht.

Kein oberflächliches Gerede über Logistik. Auch kein hochspezialisiertes Logistik-„System“. Sondern fundierte Informationen. – Denn Logistik entwickelt sich zunehmend zur vorherrschenden Denkweise in einem wachsenden Kreis von Intellektuellen, insbesondere in den Naturwissenschaften und im Ingenieurwesen. Eine Denkweise, die hohe Qualitäten aufweist, aber auch erhebliche Vorbehalte erfordert.

Daher für „Nicht-Eingeweihte“ („les profanes“, wie ein Christ Georg in seiner Psychologie des natürlichen Denkens sagt).

Einfache Arbeit.

Wir könnten wahrlich niemanden Besseren als *Alfred Tarski*, **Introduction à la logique **, Paris, 1971-73, wählen. Schließlich ist er eine der herausragenden Persönlichkeiten der Logistik.

Bevor wir seinem Text jedoch so genau wie möglich folgen, müssen wir ihn in den Kontext der Entwicklung der Logistik einordnen. Andernfalls lässt sich der recht selbstsichere Tonfall seines Textes nicht verstehen.

Vorwort

Unter Bezugnahme auf D. Vernant, ** Introduction à la philosophie de la logique **, Brüssel 1986, sagt *JP Van Bendeghem* in einer Rezension dazu Folgendes (in ** De Uil van Minerva **).

1. Die Geburtsstunde der modernen formalen Logik (Anm.: formalisierten Logik , Anm.: Logistik) wird üblicherweise auf das Jahr 1879 datiert. In diesem Jahr veröffentlichte *Gottlieb Frege* (1848–1925) seine *Begriffsschrift* („Eine der arithmetischen nachgebildeten Formelsprache des reinen Denkens“) in Halle. Die Verwendung präzise vereinbarter Symbole und das Streben nach größtmöglicher Klarheit gehören auch heute noch zu den Grundvoraussetzungen der Logistik.

2. Evolution.

a. Für Frege war seine Logistik die einzig wahre Logik.

b. Heute jedoch existiert – laut Van Bendeghem – eine unermessliche Vielzahl voneinander verschiedener, ja sogar widersprüchlicher logistischer Gegebenheiten.

Beispiel.

Für Frege galt weiterhin der logische Grundsatz „Eine Aussage und ihre Negation können nicht gleichzeitig wahr sein“ (Widerspruchsprinzip). Heute wird diese sprachliche Denkregel durch die sogenannte parakonsistente und dialektische Logik verworfen.

Was laut Autor tiefgreifende philosophische Fragen aufwirft.

LOG3

Die Position von G. Jacoby.

G. Jacoby, *Die Ansprüche der Logistiker auf die Logik und ihre Geschichtsschreibung*, Stuttgart, 1962, 9, behauptet, dass Br. Den grundsätzlichen Unterschied zwischen natürlicher Logik und Logistik hat von Freytag auf dem Philosophenkongress in Bremen (1950) den dort versammelten Logistikern aus vielen Ländern klar dargelegt.

Anmerkung: Aus diesem Grund verwenden wir in diesem Text durchgehend den Begriff „Logistik“ (griechisch: *logistiké technè*, Arithmetik).

Laut Jacoby, der das Thema eingehend untersucht hat, unterscheidet sich die Logik von der Logistik hinsichtlich ihrer Grundlagen, Fragestellungen, Konstruktionsmethoden und Techniken. Die Logik ist eine eigenständige Disziplin innerhalb der Philosophie, während die Logistik eine Art der Berechnung (Analysis) mit Symbolen darstellt.

Gegenstand der Logistik sind mathematische Verbindungen (Kombinatorik) zwischen logischen und nicht-logischen Symbolen, die von I. M. Bochenski als „schwarze Flecken auf Papier“ charakterisiert werden; solche ohne semantischen Inhalt („leere Hüllen“).

Gegenstand der Logik sind, sofern sie richtig verstanden wird (was häufig nicht der Fall ist), Umstände (Daten), insbesondere insofern sie Identitäten (Teilidentitäten, aber auch vollständige Identitäten) aufweisen, die Ähnlichkeits- (metaphorische) oder Kohärenzbeziehungen (metonymische) zeigen, sodass sich daraus Schlussfolgerungen in Form von „Wenn-dann“-Aussagen ableiten lassen. Denn das ist „logisch“: aus vorausgesetzten Annahmen auf der Grundlage der genannten Zusammenhänge oder Beziehungen Schlussfolgerungen zu ziehen.

Die Position von A. Tarski.

Oc, 100.-- Nachdem er Variablen (Funktionen), Aussagen (Urteile), Identität, Klassen und Relationen auf logistische Weise behandelt hat, ordnet er die Logistik in Beziehung zu „anderen Wissenschaften“ ein.

1. Verwendbar.

Das Ideal einer einheitlichen Wissenschaft prägt Tarskis Denkweise.

Die Logistik bildet aus gutem Grund die Grundlage aller anderen Wissenschaften. Denn:

- a.** Jede Diskussion verwendet logistische Konzepte und
- b.** Jede korrekte Argumentation folgt den Gesetzen der Logistik.

Anmerkung: Man spürt Tarskis selbstsicheren Tonfall: Sein Fachgebiet bildet das Fundament nicht nur einiger weniger, sondern aller anderen Wissenschaften. Die Logistik ist der Gesetzgeber! Sie bestimmt nicht nur einige, sondern alle Diskussionen und jedes korrekte Denken.

LOG4

2.1. Wird nicht immer verwendet

Wörtlich: „Dies bedeutet nicht, dass eine vollständige Vertrautheit mit der Logistik eine notwendige Bedingung für korrektes Denken ist. Selbst professionelle Mathematiker – die im Allgemeinen keine Fehlschlüsse begehen – kennen die Logistik nicht so umfassend, dass sie sich aller von ihnen angewandten logistischen Gesetze bewusst sind.“

Anmerkung: Anders ausgedrückt: Sie tun es ohne. Aber bei genauerem Hinsehen erkennt man es nicht an der Logistik und ihren „Regeln“ oder „Gesetzen“, sondern an der allen Menschen innewohnenden natürlichen Logik, die sie einfach auf mathematische Objekte anwenden.

2.2. Von erheblicher praktischer Bedeutung.

Dennoch ist – laut Tarski – Wissen über Logistik von erheblicher praktischer Bedeutung für jeden, der richtig denken und argumentieren möchte. Der Grund: Es unterstützt angeborene und erworbene Fähigkeiten beim korrekten Denken und Schlussfolgern und beugt insbesondere in kritischen Fällen Denkfehlern vor.

Anmerkung: Nun schränkt er plötzlich den Umfang der Logistik ein.

Positionsbezeichnungen.

Bevor wir mit der Erläuterung beginnen, nennen wir einige Namen der Positionen. Oc , x/xii.

1. Aristotelische Logik.

Nur in zwei Passagen wird sie erwähnt. Darüber hinaus enthält die Einleitung kein einziges Element der aristotelischen Logik. Laut Tarski entspricht dieser geringe Umfang vielmehr der begrenzten Rolle, die dieser Denkweise in der – wie er es nennt – „modernen Wissenschaft“ zukam. Er glaubt, dass die meisten Logistiker seiner Zeit diese Ansicht teilten.

Anmerkung: Da die meisten Logistikfachleute ihre Logistik

gewissermaßen naiv auf Logik projizieren, erkennen sie deren wahre Natur nicht und glauben, sie könnten sie verächtlich auf einen winzigen Teil ihrer eigenen Logistik reduzieren. Aus diesem Grund glauben sie auch, dass die Logistik – nach Jahrhunderten und Jahrhunderten (dem typisch modernen Fortschrittsglauben) – tatsächlich die wahre Logik darstellt.

Wie wir später sehen werden – und wie wir bereits angedeutet haben –, beginnt alles mit dem Begriff der „Identität“, der in der Logistik vor allem mathematisch definiert wird, während er in der Logik der Begriff schlechthin ist (in seinen beiden Varianten, nämlich totaler Identität und partieller Identität (Analogie)).

LOG5

2. Methodologie der Spezialwissenschaften.

Tarski betrachtet die Logistik primär als eine axiomatisch-deduktive Wissenschaft. Folglich behandelt seine Einleitung kein einziges Problem der Logistik und Methodologie der experimentellen Wissenschaften. Dies ist bemerkenswert, da es innerhalb der modernen Wissenschaften eine Vielzahl solcher Bereiche gibt.

Der Grund.

Eine experimentelle Wissenschaft ist nicht bloß ein System von Aussagen (Behauptungen), die nach klar definierten Regeln geordnet sind, sondern umfasst auch „menschliche Aktivitäten“. Solche Aktivitäten – selbst wenn sie gut durchdacht sind – fügen sich nicht einfach in die axiomatisch-deduktive Denkweise der Logistik ein: Schließlich verlaufen sie „durch Ausprobieren und Scheitern“.

Anmerkung: Tarski räumt hiermit offen ein, dass die Logistik mit ihrer aus der theoretischen Mathematik entlehnten axiomatisch-deduktiven Methode sehr deutliche Grenzen hinsichtlich ihrer Anwendbarkeit aufweist. Nämlich dort, wo Menschen – lebende Menschen – im Umgang mit realen und experimentellen Situationen denken und handeln.

3. Logistik und Mathematik

Der Hauptzweck von Tarskis Einleitung besteht nämlich darin, das Folgende zu demonstrieren.

a. Logistische Gesetze beherrschen das gesamte System der Mathematik, sodass alle mathematischen Konzepte singuläre oder spezielle Anwendungen der natürlich allgemeinen Logistik sind.

b. Die Gesetze der Logistik werden immer – bewusst oder unbewusst – in mathematischen Überlegungen angewendet.

Tarski möchte vor allem aufzeigen, wie die Logistik beim Aufbau mathematischer Theorien wirkt. Er bezieht sich dabei hauptsächlich auf die axiomatisch-deduktive Struktur der gesamten Mathematik, die er in oc, 109/141 (*La méthode déductive*) und oc, 143/209 (*Applications de la logique et de la méthodologie à la construction des théories mathématiques*) kurz skizziert.

Schließlich war die Logistik ursprünglich ein Versuch, die Mathematik zu „fundamentieren“ (sie axiomatisch-deduktiv aufzubauen). Doch im Laufe der Zeit entwickelte sie sich zu einem „kohärenten Apparat, der die Grundlage – das gemeinsame Fundament – für alle Formen menschlichen Wissens bildet“.

Anmerkung: Ungeachtet der zugegebenen Einschränkungen vertritt Tarski die Auffassung, dass die Logistik die Grundlage allen menschlichen Wissens bilden kann.

Wieder einmal gilt: vereinte Wissenschaft und menschliches Wissen!

LOG6

2. Das logistische Konzept der „Funktion“ (6/13)

2.1. Funktionen (6)

Vorläufige „Definition“.

Tarski (1902/1983) definiert Logistik als die Untersuchung von Begriffen wie „nicht“, „und“, „oder“, „einige“ und vielen anderen, insofern solche Begriffe eine mitentscheidende Bedingung im Denken darstellen.

Anmerkung: Die Logik kann dies teilweise unterstützen.

Linguistische Wende.

Anstatt sich auf die Realität, ontologisch gesehen auf das „Sein“, zu konzentrieren, ist die Logistik primär auf Sprache und Sprachgebrauch ausgerichtet. Angelsachsen bezeichnen dies als „linguistische Wende“ oder „linguistische Perspektive“ (auch bekannt als „Linguistikismus“). Es überrascht daher nicht, dass Tarski in oc, 49, sagt: „Der Aussagenkalkül (

Anm.: Theorie der Urteile oder Sätze) ist zweifellos der grundlegendste Teil der Logistik.“

Anders ausgedrückt: Wie lassen sich Sätze bilden, die zwar rein syntaktisch („leere Hüllen“) sind, sich aber dennoch auf logistisch gültige Weise (semantisch) befüllen lassen?

Um die mathematischen Ursprünge dieses Phänomens zu beleuchten, sehen Sie hier, wie Tarski seine Logistik beginnt.

Wissenschaftliche Theorie.

Jede wissenschaftliche Theorie ist ein System (*Anmerkung:* ein widerspruchsfreies Ganzes) von Aussagen. Diese werden „Gesetze“, auch „Aussagen“ oder einfach „Aussagen“ genannt. Dieser Begriff bedeutet – im Kantischen Sprachgebrauch – die Feststellung, ob ein „Ereignis“ (eine Tatsache) wahr ist oder nicht, vorzugsweise im Moment der Äußerung. Kurz gesagt: faktisch wahr, aber nicht notwendigerweise wahr.

Mathematische Sprache.

Aussagen in der Mathematik folgen einer klar definierten Reihenfolge und werden üblicherweise von einem Beweis begleitet, der den jeweiligen Satz untermauert.

Konstanten und Variablen.

Unter den Begriffen und Symbolen, die in mathematischen Theoremen und Beweisen vorkommen, wird zwischen „Invarianten“ (Konstanten) und „Varianten“ (Variablen) unterschieden.

Mathematische Modelle.

So erklärt Tarski beide Konzepte. Hat man diesen Abschnitt verstanden, ist man auf dem besten Weg, dem Rest der Argumentation bezüglich Aussagen zu folgen. Denn die Aussagenlogik folgt dem mathematischen Modell oder Exempel.

LOG7

2.2. Oppositionelle Funktionen (7/8)

1. Konstanten.

Eine Zahl, eine Null (0), eine (1), die Summe (.) usw. haben eine klar definierte Bedeutung, die im Verlauf der mathematischen Darstellung unverändert bleibt. Sie ist unveränderlich. Fragen wie „Hat die Null (0) eine

Eigenschaft?“ oder „Ist Null eine ganze Zahl?“ können mit „wahr“ oder „falsch“ beantwortet werden. Zum Beispiel ist Null keine ganze Zahl. Die Null hat Eigenschaften. Zum Beispiel: „ $1 + 0 = 1$ “.

Anders ausgedrückt: 0 bedeutet, dass keine Addierbarkeit oder Abzugsfähigkeit besteht.

2. Variablen.

Zeichen – „Symbole“ – wie a, b, c oder x, y, z werden in der Arithmetik (Zahlentheorie) als Variablen betrachtet.

Folgerung: Es gibt keine eindeutige richtige oder falsche Antwort auf die Frage „Ist x eine ganze Zahl?“, denn als Variable ist x, sobald sie zu einer Konstanten wird, entweder eine positive oder eine negative Zahl oder Null.

Tarski: „Solche Entitäten (*Anmerkung*: mathematische Bedingungen) gibt es in unserer Welt nicht, weil ihre Existenz den fundamentalen Gesetzen des Denkens widersprechen würde.“

Anmerkung – Tarski: Variablen wurden bereits in der Antike von Mathematikern und auch von Logikern, zumindest von den alten Griechen, verwendet. Dies geschah jedoch nur in seltenen Sonderfällen.

Ab François Viète (1540/1603) wird die Verwendung von Variablen systematisch. Ende des 19. Jahrhunderts – dank der Einführung des Begriffs „Quant(ificat)or“ – wird der Wert von Variablen vollends anerkannt. Dies ist maßgeblich Ch. S. Peirce (1839/1914) zu verdanken.

Aussagenfunktionen.

Damit führt Tarski formal die Logistik ein. Mathematische Ausdrücke mit Variablen lassen sich in zwei Typen unterteilen: Aussagenfunktionen und beschreibende (bezeichnende) Funktionen. Wir betrachten zunächst die ersteren.

1. „x ist eine ganze Zahl“ weist die grammatikalische Form („leere Hülle“) einer Proposition (Satz, Behauptung, Aussage, Urteil) auf, ist aber keine Proposition und kann daher weder bejaht noch widerlegt werden.

2. Der Satz „x ist eine ganze Zahl“ kann in eine Aussage umgewandelt werden, indem man die leere Hülle mit einer Konstanten füllt (in der Mathematik beispielsweise mit einer wohldefinierten Zahl).

Demnach ist die Aussage „1 ist eine ganze Zahl“ wahr.

Aber so etwas wie: „ $1/2$ ist eine ganze Zahl“ ist ein falscher Satz.

Ein Ausdruck, der Variablen enthält und durch deren Vervollständigung zu einer Aussage wird, ist eine Aussagenfunktion.

LOG8

Terminologische Anmerkung.

Mathematiker verwenden den Begriff „Funktion“ in einem anderen Sinne und lehnen daher den Begriff „Aussagenfunktion“ ab. Aussagenfunktionen und Aussagen, die nur mathematische Symbole (ohne Alltagswörter) enthalten – man denke an „ $x + y = 5$ “ – werden von Mathematikern als „Formeln“ bezeichnet.

Tarski verkürzt „propositional function“ sofort zu „function“, wo dies nicht zu Missverständnissen führt.

„Leere Hüllen“. Variablen ähneln den Lücken, die auf Formularen ausgefüllt werden müssen.

Anmerkung: In der platonischen Sprache – vgl. Fr. Viète – werden sie „Lemmata“ genannt, d. h. zusammenfassende und vorläufige Bezeichnungen für Unbekanntes. Dank Viète entstand auf ihrer Grundlage die lemmatisch-analytische Methode (kurz: „Analyse“). Man denke an die „analytische Geometrie“.

„Erfüllen“ bedeutet, dass Konstanten, die durch identische Variablen ersetzt werden, Aussagen „erfüllen“. Zum Beispiel: $x < 3$. Die Zahlen 1, 2, 2, 5 erfüllen die Aussagefunktion, während 3, 4, 4, 5 die syntaktische Struktur der Aussagefunktion nicht erfüllen, da sie zu falschen Aussagen führen.

2.3. Deskriptive (bezeichnende) Funktionen (8/9)

Dies ist der zweite Typ.

Ausdrücke mit Variablen, die, wenn sie durch Konstanten ersetzt werden, Bezeichnungen (Beschreibungen) von Dingen werden, nennt man beschreibende Funktionen. – Beispiel: $2x + 1$. – Wird x durch eine Konstante – z. B. 2 – ersetzt, so wird $2x + 1$ zur mathematischen Beschreibung einer Zahl (eines Dings). Beispiel: $2 \cdot 2 + 1 = 5$.

Anmerkung: In der Algebra – einem Teilgebiet der Zahlentheorie – sind algebraische Ausdrücke und Gleichungen Anwendungen (Arten) von beschreibenden Funktionen.

Ausdrücke . Variablen, Konstanten, Symbole für die vier Grundrechenarten (+, -, x, :). Zum Beispiel: xy . Oder: $(x+1) / (y+2)$. Dies sind beschreibende Funktionen.

Vergleiche

Variablen, Konstanten, Gleichheitszeichen. – Zum Beispiel: $x^2 + 6 = 5x$. In Gleichungen werden Variablen als „Unbekannte“ und Konstanten, die die Gleichung erfüllen, als „Nullstellen“ bezeichnet. Beispielsweise sind 2 und 3 in diesem Fall die „Nullstellen“, da $2^2 + 6 = 5 \cdot 2$ und $3^2 + 6 = 5 \cdot 3$. In Gleichungen werden Variablen als „Unbekannte“ und Konstanten, die die Gleichung erfüllen, als „Nullstellen“ bezeichnet. Beispielsweise sind 2 und 3 in diesem Fall die „Nullstellen“, da $2^2 + 6 = 5 \cdot 2$ und $3^2 + 6 = 5 \cdot 3$. – Variablen wie x oder y spielen in der Zahlentheorie die Rolle von „Zahlenbeschreibungen“. Man sagt, die Zahlen seien die „Werte“ (Substitutionen) der Variablen.

Übrigens: In der Geometrie beschreiben Variablen Punkte (Dinge), Linien, Ebenen und Figuren, die ihre Werte sind.

LOG9

2.4. Deskriptive Funktionen (8/9)

Exkurs: kognitive Dissonanz.

Dass man „Funktionen“ (also propositionale Funktionen) verwenden kann, um „Dinge“ zu beschreiben, in diesem Fall moralische oder Gewissensfragen, wird aus dem Folgenden deutlich.

Bibliothek Straße: *Xav. Vanmechelen, Akrasia and Self-Deception (Irrationality in Analytical Anthropology)*, in: *Philosophical Society (Communications)*, Leuven, 45 (1999): 72ff..

Wir paraphrasieren.

Rationales Verhalten. „Rational“ ist hier im weiteren, teils ethischen Sinne zu verstehen. Laut Vanmechelen gelten diese Regeln üblicherweise auch in der Alltagssprache.

1.1. Kognitive Grundlagen bestimmen normalerweise (mit Ausnahmen), was jemand hinsichtlich der jeweiligen Werte von x und y für wahr hält.

1.2. Emotionale (= axiologische) und willentliche Gründe bestimmen in der Regel (mit Ausnahmen), was jemand in der Angelegenheit für wertvoll hält.

Anmerkung: „Normalerweise“ bedeutet „sofern die Umstände nichts anderes erfordern“. Man kann es sich wie eine Regel mit Ausnahmen

vorstellen. Nun, 2. Aus kognitiver und axiologischer (werttheoretischer) Sicht glaubt jemand, dass x besser ist als y. Daher bevorzugt diese Person normalerweise x.

Hinweis: x und y sind leere Variablen. Sie können bis zu einem gewissen Grad mit Handlungen gefüllt werden. Zum Beispiel: x = die Wahrheit sagen; y = lügen.

Kognitive Dissonanz. „Dissonanz“ bedeutet „Widerspruch“ oder zumindest „Gegensatz“. – „Kognitiv“ (im Zusammenhang mit „axiologisch“) bedeutet „das, was auf Wissen beruht“. Wissen ist jedoch fast immer mit Präferenzen und/oder Werturteilen verbunden.

So sieht es Vanmechelen. Wir formulieren es um.

Handlungsprinzipien (Axiome).

1. Wenn jemand der Ansicht ist, dass x wertvoller ist als y, dann wird er normalerweise x mehr begehren als y.

2. Wenn jemand xt gegenüber yt bevorzugt, dann wird er auch x-, -- zumindest normalerweise bevorzugen.

3. Obwohl er davon überzeugt ist, dass seine Handlungsprinzipien wahr sind, steht es ihm frei, x oder y zu tun.

4. Er kommt zu dem Schluss, dass es besser ist, jetzt x zu tun.

5. Dennoch zieht er es vor, das y zu tun. Wenn diese fünf Punkte gleichzeitig zutreffen, entsteht ein Widerspruch. Sagte nicht Paulus: „Ich sehe das Gute, aber tue das Böse“? (Akarsia, Unfähigkeit zur Selbstbeherrschung). Oder sagt der Psychiater nicht zum Neurotiker: „Du täuschst dich selbst“ (Selbsttäuschung).

Beachten Sie den Unterschied: In der Alltagssprache sagt man „das Gute“ (x) und „das Böse“ (y) oder „etwas“ (was falsch ist), anstatt die funktionalen Begriffe zu verwenden, die natürlicherweise allgemeiner klingen.

LOG10

Quantifizierung.

Neben dem Auffüllen mit Konstanten gibt es eine Quantifizierung, um von Aussagenfunktionen zu Aussagen zu gelangen.

1. Allgemeine Aussagen . – „ $x + y = y + x$ “. Dies ist eine Aussagenfunktion mit zwei Variablen, x und y . Alle möglichen Objekte (hier: Zahlen) erfüllen sie. Das Ergebnis ist stets eine wahre Aussage.

Übrigens: Hier findet das Kommutativgesetz über die Aggregation Anwendung.

Anmerkung: Die wichtigsten mathematischen Theoreme werden wie folgt formuliert: Alle allgemeinen (universellen) Aussagen – Theoreme – behaupten, dass alle Objekte (z. B. Zahlen) einer wohldefinierten Kategorie (Art, Klasse) eine bestimmte Eigenschaft aufweisen.

2. Existenzielle (partikuläre) Aussagen . – Wenn es oben „alle“ hieß, dann ist es jetzt eine Art von „nicht alle“ – „ $x > y+1$ “. Eine Aussagenfunktion. Nicht alle Paare von Objekten (Zahlen) erfüllen sie.

Beispiel: Wenn $x = 3$ und $y = 4$, dann ist $3 > 4 + 1$. Falsch. Aber wenn $x = 4$ und $y = 2$, dann ist $4 > 2 + 1$. Wahr.

Anders ausgedrückt: Für nicht alle Objekte (Zahlen) x und y gilt $x > y+1$. (Beispielsweise nur für einige.) Name: „Existenzsatz“.

3. Singularpropositionen . – Nicht „alle“. Auch nicht „nicht alle“. Sondern „genau einer“. Dies ist eine Art von „nicht alle“.

Wenn keine Variablen vorkommen und nur einzelne Objekte (z. B. Zahlen) erwähnt werden, handelt es sich um eine singuläre Aussage. Zum Beispiel: „ $3 + 2 = 2 + 3$ “. Es wird genau eine Zahl beschrieben: 5.

4. Undenkbare Aussagen . – Nicht „alle“. Auch nicht „nicht alle“ (einige oder nur eine). Sondern „keine“. Zum Beispiel: „ $x = x+1$ “. Durch Einsetzen stellt sich heraus, dass diese Aussage undenkbar (unsinnig, absurd, unlogisch, unmöglich) ist.

Anmerkung: „Für alle Objekte (z. B. Zahlen) x und y existiert eine Zahl z , sodass $x = y + z$.“ Bezeichnung: bedingter Existenzsatz.

Anders ausgedrückt: Zahlen weisen eine bestimmte Eigenschaft nur dann auf, wenn bestimmte Zahlenwerte vorliegen. Dieser Typus ist eine Komplikation der drei vorherigen (universelle, hier: existentielle, singuläre). Man könnte auch sagen: Es gibt absolut existentielle (siehe Punkt 3) und bedingt existentielle Eigenschaften.

Anmerkung: In der natürlichen Logik handelt es sich hierbei um das „logische Quadrat“, das aus „alle/alle nicht“ und „nicht alle“ besteht. Somit ist „einige“ lediglich ein Modell für „nicht alle“, ebenso wie „genau eins“.

LOG11

2.5. Quantifizierung (10/12)

Quant(ificat)ors (operators).

Ausdrücke wie „Für alle x, y gilt, dass...“ oder „Für einige x, y gilt, dass...“ drücken entweder allgemeine (universelle) oder existentielle (partikuläre, singuläre) Quantoren aus.

Anmerkung: Der Begriff „Operator“ wird neben „Quantifizierer“ auch in einer anderen Bedeutung verwendet.

Tarski über den Gebrauch natürlicher Sprache . – Variablen kommen im Alltag normalerweise nicht vor, und Quantoren sind daher ungewöhnlich. Dennoch sind Ausdrücke wie „einige“ oder „gewisse“ nicht weit von logistischen Quantoren wie „jeder“, „alle“, „ein gewisser“, „einige“ entfernt.

Noch zu übersetzen. – „Alle Kinder wachsen in Phasen auf“ lässt sich logistisch übersetzen als: „Für alle Kinder gilt, dass sie in Phasen aufwachsen.“ Oder alternativ: „Für alle x gilt: Wenn x ein Kind ist, dann ist x ein Wesen, das in Phasen aufwächst.“ – Existenzialistisch: „Für einige x gilt: Wenn x ein Kind ist usw.“

Geeignete Symbole. – „Für alle Objekte $x, y...$ “ wird zu „ $x, (A) y$ “. Und „für einige Objekte $xy...$ “ wird zu „ $x, (E) y$ “.

Kehren wir zu „Für alle oder einige Objekte x, y gilt $x = y + z$ “ zurück, so übersetzen wir dies symbolisch in (I) entweder „ $x, (A) y$ “ oder „ $z(E)$ “. Somit lautet der gesamte Ausdruck: „ $x, (A) yz (E) (x = y + z)$ “. Was mathematisch natürlich klar wird.

Von der Aussagefunktion zur Aussage . – Durch die Einführung von Quantoren wird eine Aussagefunktion zu einer Aussage. Sind jedoch nicht alle Variablen durch Quantoren definiert, bleibt die Aussagefunktion aus Gründen der Unbestimmtheit eine Aussagefunktion.

(I) Somit wird „ $x = y + z$ “ durch die Einleitung „Für alle oder einige Objekte

x, y, z gilt ...“ zu einer Aussage. Aber „Es gibt ein Objekt z, sodass $x = y + z$...“ bleibt eine Aussagefunktion (x und y sind unbestimmt).

(II) „ $z(E) (x = y + z)$ “. Werden x und y durch Konstanten ersetzt (siehe oben) oder sind x und y durch einen Quantor bestimmt, so wird daraus eine Aussage. Zum Beispiel in der Form „Für alle Objekte x, y gilt:“ (oder symbolischer: „ $x, (A) y$ “).

In diesem Kontext sieht man, dass der Begriff der „Funktion“ (ein Ausdruck ist eine Funktion von Variablen) vorherrscht, der jedoch in eine Aussage mit Wahrheitswerten (wahr/falsch) umgewandelt werden soll.

LOG12

Exkurs: logische Quantifizierung.

Beginnen wir mit Ch. Peirces Bohnenargumentation.

Deduktiv. – Alle Bohnen aus dieser Tüte sind weiß. Nun, diese Bohnen stammen aus dieser Tüte. Daher sind diese Bohnen weiß.

Induktiv. – Diese Bohnen stammen aus dieser Tüte. Nun, diese Bohnen sind weiß. Daher sind alle Bohnen aus dieser Tüte weiß. Ein verallgemeinerndes Denken.

Angenommen, alle Bohnen in dieser Tüte sind weiß. Nun, diese Bohnen sind weiß. Daher stammen diese Bohnen aus dieser Tüte. Eine Verallgemeinerung.

Peirce sieht den Unterschied in Bezug auf die Quantifizierung.

Plato.

Platon erkannte bereits deutlich die zwei Arten der Quantifizierung. E. Beth zitiert in **De wijsbegeerte der wiskunde**, Antwerpen/Nijmegen, 1944, S. 36ff., einen Text Platons (**Filebos** 18b/d). Darin spricht Platon zunächst von den Buchstaben des Alphabets als Exemplaren der Menge (alle) und dann, klar abgegrenzt, von denselben Buchstaben als Teilen des kohärenten Ganzen, das das Alphabet in seiner Interpretation darstellt (das Ganze). Oder, in moderner Sprache: das Alphabet als System. Laut Beth bemerkte er diese Dualität nicht einmal.

Scholastik

Ch. Lahr, *Logique*, Paris, 1933-27, 493 und 499, stellt die Unterscheidung klar und deutlich dar.

Es gibt distributive und kollektive Konzepte (alle Menschen, der Mensch als Ganzes). Es gibt ein „totum logicum“ (Klasse, Sammlung von Exemplaren) und ein „totum physicum“ (System, zusammenhängendes Ganzes): Exemplare ähneln einander; Teile eines Systems sind miteinander verbunden.

Es gibt also eine Induktion, die von einem oder mehreren Fällen auf alle Fälle schließt (Peirce: Induktion), und eine Induktion, die von einem oder mehreren Teilen (Subsystemen) auf das Ganze (System) schließt (Peirce: Hypothese oder Abduktion). Wir nennen die erste Art „Generalisierung“ und die zweite „Verallgemeinerung“. Dies sind zwei Arten der Quantifizierung, die zwar verwandt, aber dennoch grundlegend verschieden sind.

Tarski sieht das anders. Und K. Döhmman behauptet in **Die sprachliche Darstellung de Quantifikatoren **, in: ** A. Menne/G. Frey*, Hrsg., *Logik en Sprache** , Bern/München, 98*, dass die distributiven und kollektiven Quantoren (alle/ganz) durch die logistische Konjunktion korrekt dargestellt werden, aber das geht aus nichts hervor.

LOG13

2.6. Freie (reale) und gebundene (scheinbare) Variablen (13).

Innerhalb einer Aussagenfunktion treten zwei Arten von Variablen auf. Wir erklären dies anhand des Tarski-Modells.

1. Freie (echte) Variablen.

Solange die Variablen „freie“ oder „reelle“ Variablen sind, bilden sie die Funktion. Werden sie durch Konstanten ersetzt oder durch Quantoren eingeführt, sind sie Teil einer Aussage.

2. Gebundene (uneigentliche) Variablen . – Betrachten wir die Aussagenfunktion (II) $z(E) (x = y + z)$. Hier sind x und y freie (echte) Variablen, während z zweimal als gebundene (uneigentliche) Variable auftritt. – Betrachten wir aber (I) $x (A) yz (E) (x = y + z)$, so sind alle Variablen darin gebunden.

Mit anderen Worten: Die durch das Vorhandensein oder Fehlen und die Position von Quantoren (und Konstanten) bestimmte Struktur bestimmt die

Art der Variablen.

(III) „Für alle Objekte (Zahlen) x gilt: Wenn $x = 0$ oder $y = 0$, dann gibt es (ANMERKUNG: existentiell) ein Objekt (eine Zahl) z , sodass $x = yz$ “

Betrachten wir eine Aussagenfunktion. – Wir werden die Variablen nacheinander untersuchen.

x ist offenbar eine universelle, quantorengesundene Variable. Zuerst als Quantorenbestandteil. Dann zweimal als quantorengesundene Variable.

- z ähnelt x .-- Obwohl der Anfangsquantor von (III) z nicht enthält, beginnt dennoch ein Teil von (III) mit dem Existenzquantor („gibt es“), der eine durch den z -haltigen Existenzquantor eingeführte Aussagefunktion ist, nämlich (IV) „Es gibt ein Objekt z , sodass $x = yz$ “.

Anders ausgedrückt: Die beiden Stellen, an denen z in (III) vorkommt, gehören zur partiellen Funktion (IV). Als gesundene Variable

- y kommt in (III) ohne einen Quantor vor, der y enthält. Daher erscheint y in (III) als zweimal freie Variable.

Dies dient der Klärung der Rolle oder Funktion der Operatoren in Bezug auf Variablen (und ob es sich um Aussagen handelt oder nicht).

Wie Tarski als Logistiker (und sogar als Mathematiker ohne logistische Vorkenntnisse) sagt: Wie lässt sich ein Ausdruck wie „Für alle Objekte (Zahlen) x und y gilt: $x^2 - y^2 = (x - y) \times (x^2 + xy + y^2)$ “ ohne Formeln verständlich machen? Genau darin liegt die Stärke des modernen mathematisch-logistischen Denkens.

LOG14

3. Proposition Logistics (14/26)

3.1. Aussagenlogik (Negativität, Konjunktion und Disjunktion) (14/16)

Manchmal wird dieser Abschnitt – laut Tarski – als „Deduktionstheorie“ bezeichnet. So wie jede spezialisierte Wissenschaft ihre Konstanten hat (die Zahlentheorie ihre singulären Zahlen, Zahlenklassen, Relationen zwischen Zahlen, Operationen mit Zahlen usw.), so hat auch die Logistik ihre eigenen Konstanten, die zudem in der natürlichen Sprache und in den Wissenschaften

üblich sind: nicht, nein (Negation), Konjunktion (und) und Disjunktion (oder), umfassend („wenn, dann“) usw.

Anmerkung: Sie werden auch Funktoren genannt. Sie beeinflussen entweder die Aussage von innen heraus oder verbinden Aussagen. Ihre Analyse wird als Aussagenlogik bezeichnet.

Negation. – Dieser monadische Funktor bildet zusammen mit der Bejahung die grundlegende Konstante innerhalb des Satzes.

Wo der natürliche Sprachgebrauch üblicherweise sagt: „Die -1 ist keine positive ganze Zahl“, sagt die Logistik: „Es ist nicht der Fall, dass die -1 eine positive ganze Zahl ist.“ Unter den dyadischen Funktoren betrachten wir die folgenden zwei.

Konjunktion (Logistikprodukt).

Zum Beispiel: „3 ist eine positive ganze Zahl und $2 < 3$ “. So etwas besteht aus zwei (daher: dyadischen) Konjunktionsgliedern (zwei Produktfaktoren).

Disjunktion (logistische Summe).

Im allgemeinen Sprachgebrauch verbindet das Wort „oder“ die beiden Glieder einer Disjunktion (Summenterm). – Hier treten jedoch Probleme mit der natürlichen Sprache auf.

In der natürlichen Sprache gibt es zwei Arten von „oder“.

1. Nicht-exklusiv (lat.: vel), wobei mindestens eines der Elemente oder beide gleichzeitig wahr sein können.

2. Exklusiv (lat.: aut), wobei entweder das eine oder das andere Element gleichzeitig wahr sein kann. Nicht beide gleichzeitig. Beispiel: „A oder nicht-A“. Im nicht-exklusiven Sinne bedeutet „A oder B“, dass beide gleichzeitig wahr sein können.

Logistik. – Tarski. – Wie in der Mathematik hat Logistik nur eine Bedeutung, nämlich die nicht-exklusive. Das bedeutet, dass eine Disjunktion zweier Aussagen als „wahr“ gilt, wenn beide oder mindestens eine Aussage wahr ist. Somit ist „Jede Zahl ist positiv oder kleiner als 3“ (logistisch) „wahr“, obwohl es Zahlen gibt, die sowohl positiv als auch kleiner als 3 sind.

Anmerkung: Hier spürt man die Künstlichkeit der Logistik im Vergleich zur natürlichen Sprache.

Von der Logik zur Logistik.

Lassen Sie uns einen Moment innehalten und diesen merkwürdigen, ja, mitunter sehr bizarren Übergang betrachten. Wir werden dies anhand von Tarskis Text selbst tun. Denn er stellt fest, dass die Logik (das natürliche Denken) bei der Verwendung von Begriffen wie „und“, „oder“ (und, wie wir gleich sehen werden, „wenn, dann“) auf einer „Verbindung“ zwischen den Elementen des Prädikats beruht, während die Logistik (über solche Funktoren) Objekte (Zahlen, Aussagen usw.) „ohne Verbindung“ verknüpft.

Wir spezifizieren anhand der Anwendungen.

Der Rasen.

Vor einem normal beleuchteten Rasen stehend, sagt die natürliche Vernunft: „Er ist wunderschön grün.“ Natürlich als Repräsentation einer Erfahrung. – Die logistische „Vernunft“ hingegen:

- a. bemerkt denselben Rasen,
- b. entleert es seines Inhalts (dass es schön grün ist) und macht es so zu einer „leeren Hülle“ (das „schöne Grün“ wird zu einer „leeren Hülle“), und füllt es mit – so lautet Tarskis Beispiel.

Es liegt auf der Hand, mindestens ein Glied der darin enthaltenen Disjunktion zu finden, das „wahr“ ist (im gewöhnlichen logischen, natürlichen Sinne), und daraus zu schließen, dass das gesamte Prädikat „wahr“ ist (diesmal im logischen Sinne).

Dies ist natürliche Logik:

- a. dass es grün ist, wo es findet und
 - b. dass es blau sei, überflüssiger Unsinn (weil es nicht wahrnehmbar ist).
- Schließlich besteht nur zwischen dem Rasen und der schönen grünen Farbe ein realer Zusammenhang – dem Rasen selbst –, nicht aber zwischen ebendiesem Rasen und der blauen Farbe.

Morgen oder übermorgen.

Du fragst einen Freund, wann er geht. Antwort: „Morgen oder übermorgen“.

Sollte sich im Nachhinein herausstellen, dass der Freund zu diesem Zeitpunkt bereits eindeutig Bescheid wusste, entsteht aus natürlicher Logik

der Eindruck, dass beispielsweise eine Lüge im Spiel war.

So etwas entleert die Logistik ihrer Substanz, macht sie zu einer leeren Hülle und füllt sie mit ihren eigenen „Füllungen“, wenn nötig ohne jeglichen Zusammenhang.

„2,2 = 5 oder New York ist eine Großstadt.“

Gemäß der natürlichen Logik ist das erste Glied reiner Unsinn und das zweite Glied ist natürlich wahr (im naturallogischen Sinne), aber das ganze „... oder ...“ ist Unsinn, weil man keinen wirklichen Zusammenhang zwischen „2,2 = 5“ und „New York ist eine große Stadt“ sieht.

Es ist offensichtlich, dass die Verwendung des „und“ (Konjunktion im logischen Sinne) bereits logisch fragwürdig ist. Denn dieses „und“ repräsentiert sich selbst im (logistischen) „oder“.

LOG16

Für die Logistik ist „2,2 = 5 oder New York ist eine Großstadt“ semantisch (inhaltlich) sinnvoll und „wahr“ (offenbar im logistischen Sinne von „wahr“), denn obwohl der erste Teil der Disjunktion reiner Unsinn ist, ist der zweite Teil dennoch „materiell überprüfbar“ wahr (im naturlogischen Sinne). Trotz des Pleonasmus („2,2 = 5“ ist zu viel) ist die Logistik mit dem „Kleinen“ („New York ist eine Großstadt“) zufrieden.

Noch einmal: „Morgen oder übermorgen“.

Für den Logistiker werden die Begriffe zu „leeren Hüllen“, die sich gemäß logistischer Axiome füllen lassen. Wenn sich also herausstellt (= natürlich-logisch wahr), dass entweder „morgen“ oder „übermorgen“ – also mindestens einer der beiden – „wahr“ ist, dann ist der gesamte Ausdruck logistisch „wahr“.

Abschweifung.

*Chr. George führt in *Polymorphisme du raisonnement humain* (Paris, 1997, S. 67 und 70) aus, dass der Quantor „einige“, seiner naturlogischen Bedeutung beraubt, logistisch betrachtet mit „mindestens eins und vielleicht alle“ gefüllt ist. Man erkennt, dass sich diese leere Hülle bis zur logischen Unsinnigkeit füllen lässt, denn naturlogisch betrachtet ist „einige“ gewiss nicht „alle“. „Einige“ sind jedoch mindestens eins und fast alle, bis auf eines. Aber niemals „alle“, wie George ausführt. Doch das ist rein logistischer Natur.*

Kombinatorik.

Der eigentliche Name der Logistik lautet „Kombinatorik“ von Objekten (Zahlen, Aussagen zum Beispiel).

Bibliothek Straße:

- C. Berge *Principes de combinatoire* , Paris, 1968;
- J. Lagasse et al., *Logique combinatoire* , Paris, 1976 (eine Computerarbeit).

Kurz gesagt: Es geht um eine Menge von „Plätzen“ (in der Logistik: leere Hüllen), in denen Objekte gemäß Axiomen platziert werden können; Lernen bedeutet, Lernen zu kombinieren. Man denke an einen Kleiderschrank, in dem eine Menge von Plätzen mit Wäsche „gefüllt“ werden kann. Man denke an Noahs Arche, in der die Tierpaare „eingelagert“ werden können. Ob zwischen ihnen eine Verbindung besteht oder nicht, ist unerheblich, außer wenn sie sehr geringfügig ist (obwohl sie für die relevanten Axiome wichtig ist).

Logisch.

Logisch betrachtet ist es durchaus zulässig, Axiome zu priorisieren und daraus Konsequenzen zu ziehen – wie es in der Logistik üblich ist. Insofern dies jedoch mit Logik (wenn auch angewandter Logik) verwechselt wird, handelt es sich um ontologische und rein logistische Überlegungen, nicht um Logik.

LOG17

3.2. Implikation (17/23)

Von der formalen zur formalisierten Implikation.

Die Umfassung oder Implikation nimmt die sprachliche Form „wenn, dann“ an.

K. Döhmman, *Die sprachliche Darstellung logischer Funktoren* , in: A. Menne/G. Frey, *Logik und Sprache* , Bern/München, 1974, 46ff., unterscheidet das Folgende in natürlicher logischer Sprache.

Exklusiv: Wenn p, dann q.
Conditio quacum semper.
p = ausreichend (gesamt)
Zustand
(keine andere Bedingung)
notwendig).

Inklusive: Wenn p, dann q.
Conditio sine qua non.
p = notwendig
(teilweise)
Zustand.

1. Formale Logik.

Anmerkung: „Formal“ stammt vom lateinischen „forma“, Seinsform, d. h. Wesen (einer Sache), also was es ist. Dies wird beispielsweise im menschlichen Geist durch einen entsprechenden Begriff erfasst. Die aristotelische (natürliche) Logik ist Begriffslogik, da sie die Logik des Wesens ist. Das ist ihre ontologische Grundlage.

Formale Implikation.

„Wenn es regnet, werden die Dinge nass.“ Die Formen von „regnen“ und „nass werden“ überschneiden sich teilweise. G. Jacoby nennt dies „partielle Identität“ (= Analogie). Hier handelt es sich um Kohärenzidentität: Regen verursacht (Kohärenz „Ursache/Wirkung“) Feuchtigkeit. Es ist eine metonymische partielle Identität.

Anders ausgedrückt: Beide Formen überschneiden sich teilweise, und daher kann die eine in Bezug auf die andere ausgedrückt werden. In einem „Wenn-dann“-Satz.

Am 22. Oktober räumt Tarski ein, dass im natürlichen Sprachgebrauch „wenn, dann“ nur dann ausgesprochen wird, wenn ein Zusammenhang zwischen den gegebenen Realitäten besteht.

'Logisch'.

Wie G. Jacoby in *Die Ansprüche der Logistiker auf die Logik und ihre Geschichtschreibung*, Stuttgart, 1962, 10 (und an vielen anderen Stellen im Werk) feststellt, ist „logisch“, der Kern der natürlichen Logik, „folgerecht“, das, was aufgrund von Verbindung (Ähnlichkeit/Kohärenz) aus dem anderen folgt .

Nun, die Logistik nimmt diesen Begriff, entleert ihn seines logischen Gehalts, macht ihn zu einer leeren Hülle und füllt ihn mit einem eigenen Produkt. Die Methode der Kombinatorik, die die Logistik ist. So sehr, dass beispielsweise Tarski zugibt, dass der logische Zusammenhang „schwer zu charakterisieren“ sei. Natürlich: Er weiß nicht einmal, dass die partielle Identität (distributiv/kollektiv) den wesentlichen Kern des „Logischen“ ausmacht.

LOG18

2. Logistik.

Betrachten wir zunächst Tarskis Psychologismus bezüglich der natürlichen Logik.

21. Okt. – Die Logistiker, die die Logistik begründeten, wollten die Bedeutung des Begriffs „oder“ vereinfachen und ihn klarer und unabhängiger von „jedem psychologischen Faktor“ gestalten. Zu diesem Zweck erweiterten sie den Gebrauch von „oder“ auf nicht miteinander verbundene Elemente auf beiden Seiten.

Anmerkung: Der Leser wird selbst beurteilen, ob die Sprache der Logistik tatsächlich so viel „klarer“ ist. Und außerdem: Die natürliche Logik unterscheidet sich grundlegend von der Psychologie! Es geht um (teilweise) Identität, beispielsweise um einen klar definierten Begriff.

Okt., 22. – Neben der Verwendung von „oder“ wendet Tarski psychologische Erkenntnisse auch auf „wenn, dann“ an. „Normalerweise formulieren und bestätigen wir eine Implikation nur dann, wenn wir nicht genau wissen, ob das Antezedens (Vorsatz) und das Konsequens (Folgesatz) ‚wahr‘ sind oder nicht.“

Anmerkung: Ob dies eine korrekte Darstellung des logischen Sprachgebrauchs ist, ist höchst fraglich. Logisch gesehen verwenden wir eine „Wenn-dann“-Klausel, wenn wir eine nachfolgende Klausel auf der Grundlage (partieller) Identität ableiten. Dass die Psychologie dabei eine direkte Rolle spielt, ist nirgends bewiesen.

Anmerkung: Dies erinnert an die spöttischen Bemerkungen zeitgenössischer Kognitivistinnen über die „Alltagspsychologie“, in der sie so oft die natürliche Logik verorten.

Anmerkung: An dieser Stelle sei auf Chaim Perelman (1912–1984), den Begründer der „Nouvelle Rhétorique“, verwiesen.

Hat die Neo-Rhetorik nicht nachdrücklich auf den künstlichen und fremdartigen Charakter der Logistik hingewiesen und unmittelbar darauf, dass die natürliche Logik ihre „Akribie“, ihre logisch strenge Präzision, besitzt, in dem Sinne, dass beispielsweise in der Kommunikation zwischen Menschen (oder wenn sie über sich selbst nachdenken) die gesamte Situation mit ihren Einzelheiten (Informationen) nachdrücklich zur Präzision des Denkens beiträgt?

Vor Gericht, aber auch im Alltag, argumentieren Menschen unter anderem

auf psychologischer Ebene, jedoch nicht ausschließlich oder gar primär auf psychologischer Ebene.

Bislang offenbart sich eine schmerzliche Lücke in Tarskis Verständnis der natürlichen Logik. Wäre dies nicht ein weiteres Beispiel dafür, dass ein Logistiker seine Logistik auf das projiziert, was er für „Logik“ hält, anstatt die Logik selbst zu untersuchen?

LOG19

Materielle Auswirkungen.

„Von der formalen zur materiellen Implikation.“ – Romantische Ironie, die erhaben über dem Gegebenen schwebt – in diesem Fall „und“, „oder“ und nun „wenn, dann“ – kennzeichnet die Transformation, die wir hier beschreiben. – Die Logistik nimmt die in der natürlichen Logik bereits vorhandene Struktur „wenn, dann“ und höhlt sie zu einer leeren Hülle aus, sodass nur noch der (ansonsten leere) Name – lateinisch: nomen – übrig bleibt. Diese füllt sie dann mit ihrem Produkt.

Bedingter Satz. Das ist das Ergebnis. – Wie Tarski behauptet, ist eine (logische) Verbindung zwischen dem, was „verbunden“ wird, nicht notwendig. So funktioniert das.

Philon von Megara (4. Jahrhundert v. Chr.). Vielleicht war dieser Denker der erste, der die materielle Implikation einführte („unemmenon“, bedingte Hülle).

Hinweis – achten Sie nochmals auf die doppelte Bedeutung des Begriffs „wahr“, die logische und die logistische.

o. – Antezedens wahr (logisch), Konsequenz falsch (logisch). – Falsche Ablenkung (im logischen Sinne). – WOW.

a. Antezedens wahr, Konsequenz wahr. – Wahre Konditionalaussage.
Philon: „Wenn es Tag ist, dann gibt es Sonnenlicht.“ – WW.

b. – Prämisse falsch, Konklusion wahr. – Wahrer Konditionalsatz.
Philon: „Wenn die Erde fliegt, dann existiert sie“ – OWW.

c. – Antezedens, falsch, durchgehend falsch. – Wahrer Konditionalsatz.
Philon: „Wenn die Erde fliegt, dann hat sie Flügel.“ – OWOW.

In Tarskis Worten: „Mit der Behauptung, dass dies die (materielle) Implikation ist, stellt man fest, dass es nicht vorkommt, dass das Antezedens wahr und das Konsequens wahr ist.“ In allen anderen Fällen (in der obigen Liste: a, b und c) ist die materielle Implikation wahr.

Somit wird die naturlogische Implikation (die formale) nach Tarski radikal von der „Psychologie“ befreit – und die materielle Implikation ist „jedenfalls umfassender“ als die ansonsten „nicht ganz klare formale Implikation der Logik“ (oc, 24).

Anders formuliert: Jede formale Implikation ist, sofern sie wahr und sinnvoll ist, auch eine materielle Implikation (sie entspricht ihr logistisch). Nicht umgekehrt.

Man beachte die logistische Revolution in Bezug auf „Wenn, dann“. Man sieht, dass eine solche Kombination möglich wird, aber das logische Denken wird beeinträchtigt.

LOG20

Betrachten wir nun Tarskis exemplarisches Modell.

Denn darin wird der Umfang von Philons Revolution (im Gegensatz zur platonisch-aristotelischen Logik) deutlicher sichtbar.

o.-- „Wenn $2,2 = 4$, dann ist New York eine kleine Stadt.“ -- $W.OW = OW$.

a.-- „Wenn $2,2 = 4$, dann ist New York eine Großstadt“ -- $WW = W$.

b. – „Wenn $2,2 = 5$, dann ist New York eine Großstadt.“ – $OW.W = W$.

c. – „Wenn $2,2 = 5$, dann ist New York eine kleine Stadt.“ – $OW.OW = W$.

Gemäß der natürlichen Logik besteht kein logischer Zusammenhang zwischen den vorhergehenden (Antezedenten) und den nachfolgenden (Konsequenten) Klauseln. Derselben Logik zufolge ist die vorhergehende Klausel in b und c sinnlos, die nachfolgende Klausel hingegen ist zwar logisch plausibel, aber ohne logische Gültigkeit.

Die natürliche Logik sagt von einem „Wenn, dann“-Satz, dass er gültig (oder nicht oder wahrscheinlich gültig) ist – nicht, dass er wahr ist, es sei denn im Sinne von „gerechtfertigt“ (oder nicht oder wahrscheinlich gerechtfertigt).

Die Logistik diskutiert ständig Wahrheitswerte. Und zwar insbesondere

innerhalb der leeren, aber befüllbaren Hüllen. „Wahrheit“ in zwei Bedeutungen: der erkenntnistheoretischen (in der natürlichen Logik akzeptabel) und der typischerweise logistischen (in der natürlichen Logik unbekannt).

Das ist der Unterschied zwischen formaler Logik und Logistik.

Ein physikalisches Gesetz.

Tarski entwickelt kurz das Gesetz „Alle Metalle sind formbar“. – Wir geben seine Ausführungen dazu wieder.

Logistisch gesehen ist dies eine Implikation mit Variablen: „Wenn x ein Metall ist, dann ist x formbar.“ Oder anders ausgedrückt: „Für alle x gilt: Wenn x ein Metall ist, dann ist x formbar.“

Die Wahrheit dieses universellen Gesetzes impliziert unmittelbar die Wahrheit aller partikulären (verstehen Sie: partikulären und singulären) Anwendungen, die dadurch konstruiert werden, dass x durch die „Namen“ beliebiger Materialien (z. B. Eisen, Ton, Holz) ersetzt wird.

Es kommt nie vor, dass die Prämisse wahr und die Konklusion falsch ist (siehe oben: $W.OW = OW$). Darüber hinaus besteht in all diesen Implikationen ein enger Zusammenhang (*Anmerkung*: was dies für die natürliche Logik plausibel macht) zwischen Prämisse und Konklusion. Dies wird deutlich durch die Übereinstimmung der Subjekte: „Wenn x aus Metall ist, dann ist x flexibel.“

LOG21

Tarskis Erklärung.

Er geht die Einträge nacheinander durch.

1. Wenn x durch Eisen belegt wird,

Dann sind die vorhergehenden und nachfolgenden Satzteile undifferenziert wahr. Anstatt eine Implikation anzugeben, ersetzen wir sie durch einen Satz, der eine Begründung liefert: „Da Eisen ein Metall ist, ist es formbar.“

Anmerkung: In der traditionellen Grammatik wurde „realis“ als Konditionalsatz bezeichnet .

2. Wenn x mit Ton ausgefüllt ist,

Wir stehen dann vor einer Implikation, bei der der einleitende Satz falsch und der abschließende Satz wahr ist. In natürlicher Sprache können wir diese Implikation durch „Obwohl Ton kein Metall ist, ist Ton dennoch formbar“ ersetzen. Dies ist ein konzessiver Satz.

3. Wenn wir x durch Holz ersetzen,

Dann erzeugen wir eine Implikation, in der sowohl der einleitende als auch der abschließende Satz falsch sind. Wenn wir dennoch die Konditionalformulierung beibehalten wollen, müssen wir sie „contra factuel“ (rein hypothetisch) formulieren: „Wenn Holz Metall wäre, dann wäre es biegsam.“

Anmerkung: In der traditionellen Grammatik handelt es sich hierbei um einen „irrealis“ als Bedingungssatz.

Noch einmal: materielle Auswirkungen.

Nach diesen Transformationen von logistischer zu gewöhnlicher natürlicher Logiksprache erklärt Tarski: – Logistiker nehmen die natürlichen Formulierungen (deren Gültigkeit sie anerkennen), entleeren sie, bis eine leere Hülle übrig bleibt, die sie „logistische Implikation“ nennen. – Warum? Aus Gründen der Formvereinfachung (Einheitlichkeit), der Verdeutlichung und der Entpsychologisierung (*Anmerkung:* Tarski irrt sich hier teilweise in Bezug auf die Psychologie, wie oben erwähnt).

Ergebnis.

Es entsteht eine „Wenn p , dann q “-Aussage, die „sinnvoll“ bleibt, obwohl keinerlei Zusammenhang zwischen dem begrifflichen Gehalt von p und q besteht. Allein die faktisch überprüfbare Wahrheit (in den beiden oben genannten Bedeutungen) von p und q ist relevant. Anders ausgedrückt: Die Implikation des „Formalen“ wird „materiell“.

Dennoch gibt es Logistiker, die sich der natürlichen Sprachweise annähern möchten. So etwa C. L. Lewis (1883–1954), Begründer der modalen Logistik, der in seinem Werk „*Survey of Symbolic Logic*“ (1918) die „strenge Implikation“ einführte. Man braucht nur seinen Aufsatz „*La logique et sa méthode mathématique*“ in der Zeitschrift „*Rev. d. Métaphysique et de Morale*“ 29 (1922): 4 (Okt.), 455–474 zu lesen. Er versucht, deduktive Ableitungen („notwendigerweise ableitbar“) auf diese Weise zu rechtfertigen.

Implikationen innerhalb der Mathematik.

Logistische Reservierungen.

Es gab einst eine antike Mathematik für die moderne Logistik. Sie funktionierte einwandfrei. Sie diente wiederholt als beispielhaftes Denken für die Philosophie (z. B. Platon), die empirischen Wissenschaften und sogar für eine gewisse Rhetorik. – Tarski sieht sich hinsichtlich der Mentalität der Logistiker veranlasst, folgende Vorbehalte zu formulieren.

Numerische Theoreme.

Tarski führt ein Beispiel an: „Wenn x eine positive Zahl ist, dann ist $2x$ eine positive Zahl.“ Tarski: Der einleitende Satzteil wird als „Hypothese“, der abschließende als „Schlussfolgerung“ bezeichnet.

Tarski. - Die Mathematik kennt auch andere Formulierungen.

Aus „ x ist eine positive Zahl“ folgt, dass „ $2x$ eine positive Zahl ist“. Die Hypothese „ x ist eine positive Zahl“ impliziert die Schlussfolgerung „ $2x$ ist eine positive Zahl“. Die Bedingung „ x ist eine positive Zahl“ ist hinreichend für „ $2x$ ist eine positive Zahl“. Umgekehrt: Die Bedingung „ $2x$ ist eine positive Zahl“ ist notwendig für „ x ist eine positive Zahl“. Damit x eine positive Zahl ist, muss $2x$ eine positive Zahl sein.

Anmerkung: Man kann hinzufügen: „Aus der Aussage „ x ist eine positive Zahl“ folgt im Wesentlichen, dass „ $2x$ eine positive Zahl ist“:

Tarski verallgemeinert.

Statt der Konditionalaussage kann man genauso gut sagen: „Die Hypothese impliziert die Schlussfolgerung“ oder „Die Hypothese ist eine hinreichende Bedingung für die Schlussfolgerung.“ Oder sogar: „Die Schlussfolgerung ist eine notwendige Bedingung für die Hypothese.“ – Obwohl einige Ausdrücke logistischer Kritik unterliegen, sind sie in der Mathematik dennoch gebräuchlich.

I.-- Probleme.

Wir orientieren uns eng an Tarski. – Einwände richten sich gegen Begriffe wie „Hypothese“, „Schlussfolgerung“, „Ableitung“, „folgt aus“, „impliziert!“

Der Unterschied.

1.-- In der gewöhnlichen mathematischen Terminologie spricht man von „Zahlen“, „Eigenschaften von Zahlen“, „Operationen mit Zahlen“ usw. Mit anderen Worten: von mathematischen Objekten.

2. Die Logistik spricht von „Hypothese“, „Schlussfolgerung“, „Bedingungen“ usw., also von Aussagen oder Aussagenfunktionen, soweit diese in der Mathematik vorkommen. Tarski möchte logistische Begriffe anstelle der bisher üblichen logischen Begriffe einführen.

LOG23

Tarski definiert daher Gleichungen und Ungleichungen als eine spezielle Art von Aussagenfunktionen und Polynome oder algebraische Brüche als beschreibende Funktionen.

Standard-Mathematiklehrbücher gehen darauf nicht ein und ... Tarski räumt ein, dass „überhaupt keine Gefahr besteht“.

Anmerkung: Er erwähnt nicht einmal, dass die natürliche Logik der Grund dafür ist, warum „überhaupt keine Gefahr besteht“. Dennoch möchte er beispielsweise die Aussage „ $x^2 + ax + b = 0$ hat höchstens zwei Lösungen“ in „Es gibt höchstens zwei Zahlen x , sodass $x^2 + ax + b = 0$ “ umformulieren.

II.— Von der natürlichen Logik zur Logistik.

Wenn wir sagen: „Aus dem Antezedens folgt das Konsequens“, setzen wir in der natürlichen Logik voraus, dass die Wahrheit der zweiten Aussage „auf eine Weise“ („pour ainsi dire“ (oc, 28)) notwendigerweise aus der Wahrheit der ersten folgt; – ja, dass wir vielleicht die zweite aus der ersten ableiten könnten.

Immer wieder die logistische Konvention. -- aber der Umfang der logistischen Implikation hängt nicht von irgendeiner Verbindung (*Anmerkung:* in der natürlichen Logik: totale, partielle oder fehlende Identität) zwischen den Antezedens- und Konsequensklauseln ab.

Wenn sich jemand – nach Tarskis Auffassung (*Anmerkung* : in seinem naturlogischen Denken) – bereits über den Ausdruck „Wenn $2,2 = 4$, dann ist New York eine Großstadt“ ärgert, dann wird er sich noch mehr über eine andere Interpretation wie „Die Hypothese, dass $2,2 = 4$ impliziert, dass New York eine Großstadt ist“ ärgern.

Kommentare.

Man wird den Eindruck nicht los, dass Logistiker wie Tarski mit ihren paradoxen Ausdrücken flirten, anstatt davor zu warnen, dass es hier nicht einmal um Logik, sondern um Kombinatorik geht.

Der Prozess.

Hypothesen oder Schlussfolgerungen werden aus ihrem naturlogischen Kontext gerissen, ihres Inhalts beraubt, wobei lediglich der Name („Nomen“) erhalten bleibt. Sie werden in eine leere Hülle verwandelt und mit einem logistischen Produkt, der rein materiellen Implikation, gefüllt: „Die Schlussfolgerung folgt materiell aus der Hypothese.“

Sobald die Logistik jedoch beispielsweise mit den axiomatisch-deduktiven Wissenschaften konfrontiert wird, ist sie gezwungen, zur Implikation zurückzukehren, „die sich der naturalistisch-logischen viel stärker annähert“, wie Tarski selbst zugibt, *oc*, 29 (vgl. Lewis' strikte Implikation).

LOG24

3.3. Äquivalenz (24)

W	-W	-W	Dies ist eine Form der Identität.
W	W	W	Die Äquivalenz (LK) weist eine linke Seite
-W	W	-W	(LK) und eine rechte Seite (RK) auf.
-W	-W	W	Wenn LK wahr und RK falsch ist, und wenn
			LK falsch und RK wahr ist, dann ist die
			Äquivalenz falsch.

Wenn LK und RK wahr sind, dann besteht wahre Äquivalenz. Wenn LK und RK falsch sind, dann besteht ebenfalls wahre Äquivalenz. Einverstanden!

Umwandlung einer bedingten Aussage.

Wenn LK mit RK vertauscht wird (= Umwandlung), entsteht eine umgekehrte Äquivalenz.

Wahre Aussage. – Wenn x eine positive Zahl ist, dann ist $2x$ eine positive Zahl.

Die Umkehrung ist wahr. – Wenn $2x$ eine positive Zahl ist, dann ist x eine positive Zahl.

Wenn man $2x$ durch x^2 ersetzt.

(I) Wahre Aussage. – Wenn x eine positive Zahl ist, dann ist x^2 eine positive Zahl.

(II) Falsche Umkehrung. – Wenn x^2 eine positive Zahl ist, dann ist x eine positive Zahl.

Nur wenn.

Dies bedeutet „entweder beides oder keines von beiden“.

Die beiden obigen Implikationen (I) und (II) lassen sich somit auf dieselbe Proportion reduzieren : „ x ist genau dann eine positive Zahl, wenn $2x$ eine positive Zahl ist.“ LK und RK können vertauscht werden, ohne falsche Aussagen zu verbreiten.

Mit anderen Worten.

Dasselbe lässt sich auch anders ausdrücken: „Aus ‚ x ist eine positive Zahl‘ folgt ‚ $2x$ ist eine positive Zahl‘.“ Und umgekehrt. Mit anderen Worten: Die Umrechnungsregeln gelten.

Oder: „Die Bedingungen dafür, dass x eine positive Zahl ist und dass $2x$ eine positive Zahl ist, sind einander gleichwertig.“ Oder: „Damit x eine positive Zahl ist, ist es notwendig und hinreichend (*Anmerkung*: genau dann, wenn), dass $2x$ eine positive Zahl ist.“

Definieren

Hier wird die (totale) Identität deutlich. – „Genau dann, wenn“ wird oft verwendet, um eine Definition (einen neuen Ausdruck) einzuführen. – Angenommen: $>$ (größer als) ist bereits bekannt (gegeben). Um $< =$ (kleiner oder gleich) einzuführen, verwendet man das Bekannte. „Für alle x und y gilt: $x \geq y$ genau dann, wenn nicht.“ „ $x > y$ “ und „es ist nicht der Fall, dass $x > y$ “ sind in diesem Kontext äquivalente Aussagenfunktionen. Somit ist „ $3 + 2 <= 5$ “ äquivalent zu: „Es ist nicht der Fall, dass $3 + 2 > 5$ “.

LOG25

Gesetze der Aussagenlogik.

1. Vereinfachungsgesetz.

„Wenn 1 eine positive Zahl ist und $1 < 2$, dann ist 1 eine positive Zahl.“ – Klare Aussage: Nur logistische Konstanten (wenn, dann) oder mathematische Konstanten (1, 2, $<$, positive Zahl) sind relevant. Sie erscheint nicht als mathematischer Lehrsatz in Mathematikbüchern, da sie mathematisch nicht bereichernd ist. Ihre Gültigkeit beruht allein auf den logistischen Konstanten (und, wenn, dann): „Wenn heute Sonntag ist und die Sonne scheint, dann ist heute Sonntag“, wie eine andere Interpretation der Aussage beweist, ist dies der Beweis.

Aussagenvariablen.

Allgemein gesprochen: p , q , edm beziehen sich nicht notwendigerweise auf Zahlen, Sonntag, die Sonne scheint usw., sondern sind die leere Hülle einer vollständigen Aussage.

Bezüglich der Aussage: „Wenn eine positive Zahl“ = p. „ $1 < 2$ “ = q. – Aussagenfunktion: „Wenn p und q, dann p“. Unabhängig von der Einsetzung liefert die Formel ausschließlich wahre Aussagen: „Für alle p und q gilt: Wenn p und q, dann p“. Beachten Sie den Quantor „alle“. Dies ist ein erstes Gesetz der Aussagenlogik: das Gesetz der Vereinfachung.

Ein anderes Modell.

Somit ist „ $2,3 = 3,2$ “ ein einzelnes Beispiel des universellen numerischen mathematischen Theorems, das in seiner Allgemeinheit ein Gesetz ist: „Für alle Zahlen x und y gilt $xy = yx$ “. Man kann diese Formel auch beliebig einsetzen: Sie ist immer wahr und daher ein Gesetz.

2. Andere Gesetze.

In analoger Weise lassen sich weitere Gesetze der Aussagenlogik ableiten. In der Formulierung wird der Allquantor „Denn es gilt, dass ...“ aus Gründen der Selbstverständlichkeit weggelassen.

Logistisches Identitätsgesetz. – „Wenn p, dann p“.

Logistisches Vereinfachungsgesetz für die logistische Summe. – „Wenn p, dann p oder q“. Anmerkung: (1) war das Vereinfachungsgesetz für die logistische Multiplikation.

Logistisches Äquivalenzgesetz. – „Wenn pq aussagt und q aussagt, dann gilt p genau dann, wenn q aussagt.“

Logistisches Gesetz des hypothetischen Syllogismus. – „Wenn p, q impliziert und q impliziert r, dann impliziert pr“.

Da in diesen Formeln ausschließlich Variablen vorkommen, sind sie universell. Sie drücken somit Regelmäßigkeiten in Bezug auf Denkprozesse aus. Das ist die Stärke der Aussagenlogik.

LOG26

Wahrheitsfunktionen und Wahrheitstabellen.

Symbole.

Nicht: -. Und: ^. Oder: Q. Wenn, dann: --> Genau dann, wenn: <--> Also: -p. $p \wedge q$. $p \vee q$. $p \rightarrow q$. $p \leftrightarrow q$. Variablen und Konstanten sowie Klammern ermöglichen es, alle Aussagen in der Aussagenlogik zu formulieren. – Zum

Beispiel: „ $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge r)$ “. Das heißt: „Wenn p oder q, dann p und r“. Oder das Gesetz des hypothetischen Syllogismus $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$. – Man erkennt die Klarheit der Methode.

Wahrheitsfunktionen.

Jede Aussagefunktion innerhalb der Aussagenarithmetik ist eine Wahrheitsfunktion. Anders ausgedrückt: Die (Un-)Wahrheit der Aussagen, die sich aus der Substitution von Variablen ergeben, hängt radikal von diesen Substitutionsaussagen ab.

Somit: „ $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge r)$ “. Durch Ausfüllen dieser Struktur erhält man eine Implikation. Die Wahrheit des disjunktiven Antezedens hängt allein von der Wahrheit der ergänzenden Aussagen ab. Dasselbe gilt für das konjunktive Konsequens.

Wahrheitstabellen (Wahrheitsmatrizen).

Initiator Ch. Peirce (1839/1914). Es wird als Methode zur Überprüfung der Wahrheit verwendet.

1. Fundamentaltabellen.

-- p und -p, w und -w ergeben p / -p, wobei w und -w und -w und w unten als Tabelle für die Funktion '-p' (die Negation von p) stehen.

Die anderen elementaren Funktionen und, oder, wenn dann, genau dann wenn sind unten dargestellt.

pq	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
w - w	-w	w	-w	-w
ww	w	w	w	w
-ww	-w	w	w	-w
-w -w	-w	-w	w	w

Anmerkung: Man sollte sich natürlich an das oben Gesagte bezüglich der logistischen Bedeutung erinnern!

2. Ableitungstabellen.

Ausgehend von den fundamentalen Tabellen lassen sich abgeleitete Tabellen für zusammengesetzte Aussagenfunktionen erstellen. Darauf gehen wir hier nicht näher ein.

Anmerkung – Das Widerspruchsgesetz: „ $(P \wedge -p)$ “. Vgl. „ $p \vee -p$ “.

Zwei Gesetze der Tautologie (Multiplikation und Summe): „ $p \wedge p$ “ > $\leftrightarrow$ „ p “. Vgl. mit „ $(p \vee p) \leftrightarrow p$ “. Tautologische Theoreme in der Logistik behaupten

nichts anderes als das, was bereits in der

LOG27

4. Gleichnis (27/28)

Voraussetzungen sind implizit vorhanden. Vgl. Kants „analytische“ Urteile. Somit ermöglicht die Logistik mechanisches Denken und bestimmt laut Tarski nahezu jegliches Denken in allen Wissenschaften, das entweder ausdrücklich oder vor allem implizit auf den Gesetzen der Aussagenlogik beruht (oc, 44).

Ähnlichkeit. Die Logistik im Zusammenhang mit Ähnlichkeit ist „wahrscheinlich ein äußerst wichtiger Teilbereich der Logistik“. Ein anderer Begriff für Ähnlichkeit ist „Identität“.

Formeln. „ $x = y$ “. – „ x ist gleich y “. Tarski sagt auch: „ x ist dasselbe wie y “ oder „ x ist identisch mit y “.

Anmerkung: Es wird sofort deutlich, dass sich die Sprache der Logistik in Bezug auf „Identität“ grundlegend von der der Logik unterscheidet. Denn letztere priorisiert Folgendes:

a. vollständige Identität von etwas mit sich selbst (vollständige Übereinstimmung);

b. Teilweise Identität von etwas mit etwas anderem (= Analogie);

c. Nichtidentität von etwas mit etwas anderem.

„Ähnlichkeit“ ist lediglich eine Form – neben Kohärenz, nebenbei bemerkt – partieller Identität. Diese Unterscheidung sollte man sich stets vor Augen halten.

Gegenteil. – „ $x \neq y$ “. – „ x ist nicht gleich y “.

Gesetze.

Das Ähnlichkeitsgesetz von G. Leibniz (1646/1716): „ x ist gleich y genau dann, wenn x jede Eigenschaft von y teilt und y jede Eigenschaft von x teilt.“ – Anders ausgedrückt: Es betrifft gemeinsame Eigenschaften von mehr als genau einer gegebenen Sache. Leibniz betrachtete „ $x = y$ “ übrigens als Definition des Ähnlichkeitssymbols „ $=$ “. Daher die Äquivalenzformel.

Abgeleitete Gesetze.

I. Reflexivität. „Alles (Objekt, Symbol, Satz usw.) ist sich selbst gleich.“
Formel: „ $x=x$ “

Anmerkung: Die totale Identität der Logik wird erneut **a)** genommen, **b)** ihrer eigentlichen Bedeutung beraubt, **c)** zu einem bloßen Namen und einer leeren Hülle degradiert und **d)** mit dem logistisch spezifischen Produkt, nämlich der Ähnlichkeit (die logisch lediglich partielle Identität ist), gefüllt. Man sieht es: Etwas wird gedanklich in zwei „Entitäten“ (rein logistischer Natur) gespalten, nämlich das Ding und „sich selbst“. Das nennt man dann Relation. Als ob es sich um zwei in sich existierende Entitäten handelte. Nein : Jedes Ding ist, insofern es mit sich selbst völlig identisch ist, unteilbar. Diese Unteilbarkeit ist genau die totale Identität oder Übereinstimmung mit sich selbst.

II. Symmetrie. Reziprozität. – „Wenn $x = y$, dann ist $y = x$.“

Anmerkung – Auch hier ist nur eine Ähnlichkeit erkennbar!

III. Transitivität . – Transitivität. – „Wenn $x = y$ und $y = z$, dann ist $x = z$.“
Oder: „Wenn $x = z$ und $y = z$, dann ist $x = y$.“

LOG28

Logische Bemerkungen.

Hier werden mindestens zwei Interpretationen erwähnt.

1. Phänomenologisch.

Angesichts einer gegebenen Tatsache erklärt die Phänomenologie: „Was so ist, ist so.“ Alles, was sich ändert oder eine Kombination von Symbolen darstellt, ist, was es ist. Dies entspringt dem Bewusstsein der vollkommenen Identität einer Sache mit sich selbst, insofern sie sich als solche darstellt.

2. Diskursiv.

HJ Hampel, Variabilität und Disziplinierung des Denkens, München/Basel, 1967, bietet eine eher verstreute Interpretation.

Er interpretiert von einem Axiom aus, nämlich „A ist A“ oder „A wird immer A sein“. Er nennt dies das „Axiom der Eindeutigkeit von Begriffen und ihrer Bedeutung“. Innerhalb desselben Diskurses oder derselben Erklärung ändert sich die Bedeutung eines Begriffs nicht ohne ausdrückliche Mitteilung.

Anmerkung: Es handelt sich um ein Mittel zum Verständnis. Nicht mehr. Es ist jedoch keine phänomenologische Interpretation der natürlichen Logik.

Übrigens: Viele machen diese Verwechslung, weil sie den ontologischen

Sprachgebrauch nicht (ausreichend) kennen.

Logische Bewertung der Logistik.

Hampel erkennt die Notwendigkeit der Eindeutigkeit der Logik in der Logistik klar und unmissverständlich am Werk. – „ $A = A$ “ beweist das eben Gesagte. Für ihn ist Logik fixistisch: Weder Gedanken noch Daten außerhalb des Denkens verändern sich.

Formale Logik.

Hampel vergisst, dass „formal“ bedeutet, „was die Form, das Wesen oder die Seinsweise zum Gegenstand hat“. Es gibt sowohl veränderliche als auch unveränderliche Formen des Wesens. Logisch gesehen ist das völlig irrelevant. Hampel verharret in einem vorontologischen Sprachgebrauch.

Hampel glaubt daher, die Logik könne die Logistik nur als Abweichung von ihrer Denkweise begreifen. – Nein: Die Logik akzeptiert die Einführung von Axiomen – wie etwa jenen der Logistik – und der daraus abgeleiteten deduktiven Systeme vollumfänglich. Sie betrachtet diese Systeme als axiomatisch abgegrenzte Teilgebiete der angewandten Logik. Aber sicherlich nicht als formale Logik.

Genau deshalb haben wir den Axiomatiken der Logistik im Vorangegangenen so große Bedeutung beigemessen: Sie **a)** nimmt das Vorhandene, **b)** entleert es seines Inhalts und reduziert es so auf einen reinen Namen, um ihn mit ihren eigenen Produkten zu füllen. Logisch akzeptabel, aber keine Logik.

LOG29

5. Klassen- und Beziehungslogistik (29/35)

5.1. Logik in diesem Zusammenhang (29/32)

Tarskis Handbuch ändert plötzlich den Standpunkt.

Klassen.

Oder Mengen. – Neben voneinander getrennten Objekten oder Ereignissen (z. B. Zahlen, physikalischen Tatsachen) – die Tarski der Kürze halber als „Individuen“ bezeichnet – werden nun Klassen oder Mengen von Objekten oder Ereignissen diskutiert. Abgesehen von der auffälligen Tatsache, dass die

Objekte oder Ereignisse als stark isoliert interpretiert werden, werden sie dennoch logistisch betrachtet, wie sie auch im natürlichen Denken betrachtet werden. Sie werden jedoch in das Korsett der propositionalen Logistik gepresst.

Beziehungen.

In den vorangegangenen Kapiteln haben wir als Logistikfachleute verschiedene Arten von Beziehungen kennengelernt.

Anmerkung – Dies bedeutet, dass die vorangegangenen Kapitel ohne das Konzept der „Beziehung“ undefiniert sind.

Die Relation „Gleichheit“ (zwischen zwei Objekten bzw. Ereignissen besteht Ähnlichkeit bzw. Unterschied: „ $x = y$ “ und „ $x \neq y$ “) beschreibt also die Beziehung zwischen Klassen, die teilweise übereinstimmen (Teilmengen bilden) oder völlig verschieden sind. Somit erweist sich auch die Klassentheorie ohne den fundamentalen Begriff der „Beziehung“ als nicht formulierbar.

Abgesehen davon, dass sich der Begriff der „Relation“ – logistisch gesehen – radikal vom Konzept der „Eigenschaft“ (Klasse) unterscheidet, wird er wie in der natürlichen Logik verstanden. Zugegebenermaßen wird er auch in der Aussagenlogik der Logistik ausgedrückt.

Ergebnis: Für den natürlich denkenden Menschen sind beide Kapitel ohne große Schwierigkeiten verständlich (vorausgesetzt, die Axiome der Logistik werden beachtet).

Logik bezüglich Relationen.

Bis heute hört man Logistiker behaupten, die natürliche Logik sei ungeeignet, um sowohl den Begriff der „Relation“ selbst als auch das Urteil, das eine Relation ausdrückt, und insbesondere die auf Relationen anzuwendende Argumentation präzise zu artikulieren.

Es ist von vornherein ersichtlich, dass die Projektion der Logistiker auch hier wieder eine führende Rolle spielt: Sie interpretieren die in Frage stehende Logik so, als ob es sich um Logistik handelte.

Folge: Verwechslung, z. B. zwischen „Term“ und „Wort“ (in der natürlichen Logik kann ein Term viele Wörter umfassen).

Dieses negative Urteil der Logistiker ist sehr überraschend, denn die Grundlage der Theorie über Klassen in der natürlichen Logik ist ja gerade die Relation! Die Logistiker erkennen jedoch an, dass die natürliche Logik in Bezug auf Klassen „ein zugegebenermaßen winziger, aber wahrer Teil“ der Logistik ist (oc, 70).

Während Beziehungen in der Logistik eine grundlegende Rolle spielen, sieht man beispielsweise in der Logik nicht nur Beziehungen zwischen Klassen, sondern vor allem Beziehungen innerhalb von Klassen. Schließlich ist Klasse logisch als Beziehung definiert.

Erläuterung: Eine Klasse ist ohne die Beziehung der Ähnlichkeit (partielle Identität oder metaphorische Analogie) undenkbar: Wie kann man die Instanzen einer Menge als solche betrachten, ohne die Ähnlichkeit zu allen anderen Instanzen zu erkennen? Diese sind durch die gemeinsame Eigenschaft miteinander verbunden und bilden eine Einheit. Eine Klasse existiert nur, wenn eine solche Beziehung besteht!

Notiz- Was Tarski vergisst.

Neben distributiven Begriffen (Klassen) betrachtet die natürliche Logik seit Platon auch und gleichzeitig Systeme. In diesen sind die Teile, Abschnitte, Teilsysteme – wie auch immer man sie nennen mag – durch Kohärenz als gemeinsame Eigenschaft miteinander verbunden und zu einem einzigen Wesen zusammengeführt.

Kopf, Brustkorb, Körper, Beine und Flügel eines Insekts ähneln einander nicht (außer zufällig), sind aber miteinander verbunden. Das ist ihre partielle Identität oder (metonymische) Analogie.

Anmerkung: Bei Platon bedeutet „alles und das Ganze“ in der Scholastik „totum logicum vel physicum“, heute „Klasse und System“. Dies sind die beiden Hauptrelationen der natürlichen Logik.

Wohlgemerkt. – Genau das findet man in

- a. Verteilungs- und Kollektivkonzepte,
- b . angemessene Urteile und angemessene Begründungen.

Urteile. – „Dies ist ein Vogel“ (distributiv). „Dies ist die Feder eines Vogels“ (kollektiv). Die Feder ähnelt dem Vogel nicht, ist aber mit ihm verbunden (sie ist Teil eines Systems mit ihm). Das sind alles Urteile in der Logik.

Argumente. -- Man braucht sich nur an die Syllogismen von Peirce zu erinnern, der den distributiven Charakter des kollektiven Denkens klar erkannte (obwohl er das Kausalsystem mit dem System an sich verwechselte).

Dies lässt sich in einer detaillierten Logik viel besser erklären. Wir verweisen auf den Kurs „Logik“ im ersten Studienjahr.

LOG31

Zusammenfassung. – Oder „Sommer“. – Dies entspricht einer „vollständigen Aufzählung“.

Bibliothek Straße: Kap. Lahr, *Logique* , Paris, 1933-27, 591; 499; 567.--

1. Induktive Sommerung.

Zwei Arten:

a. Distributiv. – Wenn man weiß, dass Wasser mindestens einmal bei 100 °C siedet (summative Induktion), kann man annehmen, dass alles Wasser bei 100 °C siedet (amplifizierende oder wissenserweiternde Induktion). Generalisierung im engeren Sinne.

b. Kollektiv. – Hat man mindestens einen Teil einer Schule erkundet (summative Induktion), so gewinnt man Einblick (Informationen) in die Schule als Ganzes bzw. in das System (amplifizierte Induktion). – Generalisierung.

Hinweis: Dies kann auch diachron erfolgen. Ein gültiger Algorithmus im Computer ist ein Beispiel (vollständige Liste).

R. Weverbergh, *Postgraduate Integral Product Development* , in: *Campuskrant* (Kul) 11 02 99, 12 gibt an, dass solche Studien ein mechanisches Produkt vom Anfang bis zum Ende untersuchen (vollständige Liste).

Übrigens: O. Willmann, *Abriss der Philosophie* , Wien, 1959-5, 409/433, dies nennt man die genetische Methode (bei Platon und Aristoteles).

2. Deduktives Summieren.

D. Nauta, *Logica en model* , Bussum, 1970, 64v., gibt ein Beispiel (mathematische Induktion).

Die Definition aller Zahlen größer als Null und der ganzen Zahlen.

0 ist die erste Zahl. $0 + 1 = 1$ ist der Nachfolger. 1 ist eine ganze Zahl und größer als 0. $-1 + 1 = 2$. 2 ist eine ganze Zahl und größer als 0.

Die Prüfung der Definition mit ihren beiden Eigenschaften (Ganzzahl und größer als 0) wird jedes Mal einzeln wiederholt (rekursive Definition).

Aus der Gesamtheit (der Definition) ergibt sich für jeden einzelnen Fall ein Grund. Dies wird durch die Untersuchung der einzelnen Fälle überprüft.

Man erkennt sofort, dass die summative Induktion das Gegenteil bewirkt: Aus wenigen Einzelbeispielen mit einer gemeinsamen Eigenschaft schließt man auf alle gemeinsam. – Das ist die Grundlage der gesamten natürlichen Logik, die summativ denkt.

Übrigens: Man sollte die summative (auch: aristotelische) Induktion bzw. Deduktion nicht unterschätzen: Sie bildet den etablierten Kern der amplifikativen Summation, die auf feststellbare Fälle abzielt. In diesem Sinne traf Aristoteles mit seiner summativen Induktion ins Schwarze. Auch wenn dies von manchen unterschätzt wird.

LOG32

Eine Logik, aber viele logistische Herausforderungen.

Warum gibt es keine separate Logik für beispielsweise Klassen oder Relationen? Der Grund liegt darin, dass sie von einem universellen Axiom ausgeht, das zudem ontologisch ist (auf der Realitätslehre basiert). Die Objekte bzw. Ereignisse sind in erster Linie im Begriff der „Realität“ (traditionell: des „Seins“) verortet. Die Realität wiederum wird vom Begriff der „Identität“ (und ihren Varianten oder ihrer Abwesenheit) bestimmt.

Wir werden dies an einem Beispiel veranschaulichen.

1. Die eigene, vollständige Identität.

Somit besitzt die Logistik, wie alle möglichen Realitäten, ihre eigene, vollkommene Identität oder Essenz, die sie durch Unterschiede und Unterschiede von allem, was nicht dazugehört, abgrenzt.

Übrigens: Genau diese Identität versuchen wir in diesem Text zu verdeutlichen (insbesondere durch die Hervorhebung des Unterschieds zur Logik).

2.1. Partielle Identitäten.

Auch als „Analogien“ bezeichnet. – Die Logistik weist Ähnlichkeiten und Verbindungen zu dem auf, was sie nicht ist. – Zum Beispiel zur traditionellen Logik (die sie beispielsweise als unbedeutenden kleinen Teil ihrer Klasse, der Logistik, unterordnen kann). In diesem Sinne – als Teil – besteht eine metonymische oder Kohärenzanalogie zwischen Logistik und Logik.

Nehmen wir beispielsweise die Mathematik. Alles, was dem vorausgeht, ist ein ausführlicher Beweis dafür, wie mathematisch die Logistik ist und wie sie mathematisch ist. Auch die Mathematik ist – zumindest in einer bestimmten Interpretation – Teil der Logistik (erneut: Analogie zur Kohärenz).

2.2. Nicht-Identität.

Nicht einmal eine teilweise Identität (zumindest auf den ersten Blick). – So wie beispielsweise dieser hier – willkürlich gewählt – mit diesem Apfel hier und jetzt! Hier ist weder Ähnlichkeit noch Kohärenz erkennbar. Das ist die dritte Form der Identität: die fehlende Identität, ja sogar die fehlende Analogie.

Ontologie.

Wie lässt sich Logistik überhaupt mit irgendetwas vergleichen? Zum Beispiel mit diesem Apfel hier und jetzt? Weil beides „etwas“ ist (Sein, Realität). Das hier ist nicht nichts.

Die vergleichende Methode, das Lebenselixier der natürlichen Logik (und Ontologie) – nicht zu verwechseln mit „alles mit allem gleichsetzen“ (Konkordismus), denn Vergleichen ist nicht gleichsetzen – die vergleichende Methode steht und fällt mit der Identität (und ihren Varianten oder Abwesenheiten).

Das ist der grundlegende Unterschied zwischen Logik und Logistik.

LOG33

5.2. Organisation im Klassenzimmer (33/34)

Dies begann mit G. Boole (1815/1864; stark algebraisch). G. Cantor (1845/1918; Mengenlehre) entwickelte es weiter. – Einige Grundbegriffe.

Einzelpersonen/Klassen (Mengen).

Objekte und Ereignisse lassen sich jeweils in Klassen von Individuen (Elemente von Mengen) einteilen. In der Zahlenmathematik spricht man häufig von Zahlenklassen, in der räumlichen Mathematik (Geometrie) von den

Positionen von Punkten.

Bestellung(en).

Klassen von Individuen sind Klassen erster Ordnung. Klassen von Klassen sind Klassen zweiter Ordnung. Und so weiter.

Formeln

„Das Objekt x ist ein Element (Mitglied) der Klasse K .“ „Das Objekt x gehört zur Klasse K .“ „Die Klasse K enthält das Objekt x als Element oder Mitglied.“
Kurz: „ $x \in K$ “.

Anwendung.

„Wenn die Menge I die Menge aller ganzen Zahlen ist, dann sind 1, 2, 3 Elemente davon.“ – Formel: „ $1 \in I$ “, „ $2 \in I$ “. Dies sind wahre Aussagen, wohingegen beispielsweise „ $1/2 \in I$ “ eine falsche Aussage ist.

Klassen und Aussagenfunktionen mit freien Variablen.
Mathematisch.

1.1. Die Proportionalitätsfunktion mit freier Variable (I): „ $x > 0$ “,

di, „Die Menge aller Zahlen x mit $x > 0$ “. Sie bezeichnet die Klasse aller positiven Zahlen. Als Elemente oder Individuen enthält sie genau diejenigen Zahlen (// genau dann, wenn), die die Funktion erfüllen .

Nennen wir diese Menge „ P “. Dann ist die Funktion äquivalent zu „ $x \in P$ “. („ $\in$ “ steht für „gehört zu“). Das heißt, alles, was x ist, gehört zu P .

1.2. Diese Methode ist auf jede andere Aussagenfunktion anwendbar.

Arithmetik . „ $x < 0$ “ bedeutet „alle negativen Zahlen“. Oder „ $x > 2$ und $x < 5$ “ bedeutet „alle Zahlen zwischen 2 und 5“.

Räumliche Mathematik: Die Oberfläche einer Kugel lässt sich beispielsweise beschreiben als „die Klasse (Menge) aller Punkte im Raum, die einen wohldefinierten Abstand von einem gegebenen Punkt (dem Mittelpunkt der Kugel) haben“. Wie es in der Geometrie oft heißt: „Der geometrische Ort aller Punkte im Raum, die einen wohldefinierten Abstand von einem gegebenen Punkt haben“.

Anders ausgedrückt: „Ort“ ist eine Menge. Auf diese Weise lassen sich räumlich-mathematische Konfigurationen (Punkte, Linien, Ebenen, Körper) in Aussagenfunktionen definieren.

2. Nicht-mathematisch.

„Zu jeder Aussagenfunktion mit einer Variablen x gibt es genau eine Klasse C , die als Elemente diejenigen Objekte (*Anmerkung:* auch nicht-mathematische) und nur diejenigen Objekte enthält, die die gegebene Funktion erfüllen.“ Oder: „Die Klasse aller Objekte x , für die ...“ Oder noch einmal: „ $x \in \mathbb{R}$ “. – Verallgemeinert: „ $x \in \mathbb{R}$ “, wobei C eine Klasse ist, die zur Klasse K gehört.

Überarbeitung

(I) „Die Menge aller Zahlen x , für die ...“

(II) „Die Klasse aller Objekte x , für die ...“

Wenn C die Klasse ist, zu der x gehört, kann man $x(C)$ umschreiben.

Bei einem solchen Sprachgebrauch wird beispielsweise „1 gehört zur Menge aller Zahlen x , für die $x > 0$ gilt“ zu „1 $\in x(C)$ ($x > 0$)“.

Dieser Ausdruck ist eine Aussage, und zwar eine wahre, da er keine freie Variable enthält (x ist gebunden). – Zugegeben, es ist die komplizierte Umschreibung für „ $1 > 0$ “.

Quantifizierung.

(I) und (II) scheinen keine Quantoren zu enthalten. Und doch: Genau wie Quantoren binden sie Variablen. – Die Quantifizierung wird in der Aussagenfunktion mit – neben x anderen Variablen deutlicher. Also: „Die Menge aller Zahlen x , für die $x > y$ gilt.“

Solche Ausdrücke deuten nicht auf eine wohldefinierte Klasse hin, aber wenn man die freien Variablen (nicht x , das gebunden ist) durch geeignete Konstanten ersetzt – z. B. y durch 0 –, dann erweisen sie sich als beschreibende Funktionen (Formeln, die Dinge beschreiben, wie zum Beispiel „ $2x+1$ “, ersetzt durch $2,3+1$, was 7 beschreibt).

Klasse als Persönlichkeitsmerkmal.

Leibniz' Gesetz enthält den Begriff „Eigenschaft“. – Viele Logistiker vertreten die Auffassung, dass „Eigenschaft“ durch „Klasse“ ersetzt werden kann. Daraus ergibt sich: „ $x = y$ genau dann, wenn jede Klasse (Eigenschaft), die entweder x oder y als Element enthält, auch das jeweils andere Objekt als Element enthält.“

Anders ausgedrückt: Viele Logistikfachleute unterscheiden nicht mehr

zwischen Klassen und Eigenschaften.

Anmerkung: Das Kapitel behandelt ferner die Frage, ob die Klasse existiert, die alle möglichen Objekte enthält (Russells Antinomie und seine Typentheorie).

Beispielsweise werden auch Konzepte wie „universelle Klasse“ und „Nullklasse“, Relationen zwischen Klassen, Operationen auf Klassen, äquipotente Klassen, endliche und unendliche Klassen usw. diskutiert.

LOG35

5.3. Beziehungslogistik (35).

Genau wie im Unterricht, eine kurze, anregende Skizze.

A. De Morgan (1806/1871) und Ch. Peirce (1839/194) führten in diesem Zusammenhang eine Theorie der Relationen ein, die E. Schröder (1841/1902) vervollständigte.

Formel.

„Das Objekt x hat die Relation R zum Objekt y .“ „Das Objekt x hat nicht die Relation R zum Objekt y .“ – Kurz: „ xRy “ und „ $\neg(xRy)$ “. – x steht für alle Objekte, die die Relation R zu y haben (Vorgänger), und y steht für alle Objekte, die die Relation R zu x haben (Nachfolger). – Die Klasse aller Vorgänger innerhalb der Relation R wird als Definitionsbereich bezeichnet, die Klasse aller Nachfolger innerhalb von R als Zielbereich.

Anwendungen.

„ x ist der Vater von y .“ – Dies ist ein Beispiel. – In der Gleichheitsrelation „ $x = y$ “ („ x steht in Gleichheitsrelation zu y “) ist jedes Individuum (Objekt) gleichzeitig Vorgänger und Nachfolger. Definitions- und Zielbereich sind somit beide die betrachtete universelle Klasse. – Ähnliches gilt für „ $x \neq y$ “ (die Gleichheitsrelation zwischen x und y ist falsch).

Anmerkung: „ KCL “ (K ist in L eingeschlossen) drückt eine Beziehung zwischen Klassen aus. Ebenso: „ KUL “ oder „ $K+L$ “, die die Summenbeziehung der Klassen K und L ausdrücken.

Bestellung(en).

Relationen ähneln Klassen in Bezug auf die Analysis. – Relationen erster Ordnung beziehen sich auf Individuen untereinander. Relationen zweiter

Ordnung beziehen sich auf Klassen oder Relationen erster Ordnung.

Gemischte Beziehungen.

Treten häufig auf. Zum Beispiel: Die Vorgänger sind Individuen, die Nachfolger Klassen. Oder: Die Vorgänger sind Klassen zweiter Ordnung und die Nachfolger Klassen erster Ordnung. – Topmodell: „x EK“ (x ist ein Element der Klasse K), d. h. die Position „Element / Klasse“.

Anmerkung – Numerisch: Die Aussagenfunktion „ $x+y$ “ lässt sich als „ $x+y = 0$ “ ausdrücken. Bei einem Antidepressivum kommen zwei freie Variablen – x und y – vor, sodass „ $x \neq 0 \text{ y}$ “ gilt. Setzt man beispielsweise +3 und -3 ein, erhält man „ $+3 - 3 = 0$ “. Oder: „ $x \neq 0 \text{ y}$ “ bzw. „ $x \neq 0 \text{ y}$ ist äquivalent zu $x+y = 0$ “.

Anmerkung: Tarski behandelt darüber hinaus die Theorie der Relationen (Analysis: Eigenschaften, Reflexivität, Symmetrie, Transitivität, Eindeutigkeit bzw. Mehrdeutigkeit usw.). Wie Sie sehen, ist Tarskis Einführung stark mathematisch orientiert.

LOG36

6. Das Lügnerparadoxon (36/37)

I. M. Bochenski, *Wijsgerigemethoden in de moderne wetenschap* ; *Utr./Antw.* , 1961, 72v., sagt: „Von Platon bis zum Beginn dieses Jahrhunderts hat dieses Paradoxon alle Logiker beunruhigt.“ – Der Text lautet: „Was ich jetzt sage, ist unwahr.“

1. Logistisch.

Auf das Absurde reduziert, lautet die Antwort: „Wenn der Lügner die Wahrheit sagt, lügt er. Wenn er sie nicht sagt, dann ist das, was er jetzt sagt, wahr.“

Bochenski. – Die Aussage sagt etwas über sich selbst aus. Nun, das lässt sich allein mit Syntax nicht lösen. Es gibt nur eine Lösung, die auf Metasprache basiert. Denn es ist überhaupt keine Sprache und daher „semantischer Unsinn“.

2. Logisch.

a. Für den Lügner selbst ist die Aussage innerlich semantisch bedeutsam:

Er weiß, was er jetzt sagt – vielleicht aus Humor oder rein aus spitzfindigen Gründen.

b . Dem Mitmenschen erscheinen jedoch zwei Fremde.

2.1 . Der Inhalt dessen, „was ich jetzt sage“

Ein Satz wie „Was ich jetzt sage“ ist bedeutungslos! Das „Was“ ist unbekannt. Man könnte „Was ich jetzt sage“ genauso gut durch eine Variable wie „z ist falsch“ ersetzen. Dabei kann z für alles stehen, was der Lügner in Bezug auf Behauptungen als falsch bezeichnet.

Anders ausgedrückt: Der Satz ist inhaltsleer. Er ist daher nicht überprüfbar. Und es lässt sich nicht entscheiden, ob er wahr oder falsch ist.

2.2 . Der Inhalt von „ist falsch“.

Wenn die Absicht – z. B. ob gelogen werden soll oder nicht – im Satz „ist unwahr“ (sein Inhalt) bekannt wäre, dann gäbe es grundsätzlich kein Problem.

Doch gemäß der volkpsychologischen Regel „Wer lügt, der lügt“ herrscht Verdacht, aber keine Gewissheit. Denn anders als ein Naturgesetz kennt die Volkpsychologie Ausnahmen (logistisch: nicht-monotones Denken). Daher zählt „ist falsch“ als zweite Unbekannte: Man kann die Ehrlichkeit des Lügners in diesem Moment nur erahnen.

Abschluss

Aufgrund der beiden Unbekannten ist nur eine Aussetzung des Urteils möglich. „Man weiß es nicht.“ Betrachten wir nun – ohne logistische Theorie – was man diesbezüglich mithilfe der natürlichen Logik aussagen kann.

Übrigens : „Eristik“ ist die Tendenz, die logischen Schwachstellen des Gesprächspartners aufzuspüren.

LOG37

Zusammenfassend lässt sich sagen: Der Inhalt dessen, was ich jetzt sage, ist unbekannt (mangels Inhalt), und der Inhalt von „ist falsch“ ist ebenfalls unbekannt (Intention unbekannt). Die – vorläufig – Nichtüberprüfbarkeit beider Aussagen macht eine Beurteilung unentscheidbar.

Was genau wird ad absurdum geführt? E. Beth diskutiert dies in **De wijsbegeerte der wiskunde**, *Antw./Nijmeg.*, 1944, 78/86 (Eristiek).

Dem Verfasser zufolge würde das Paradoxon die platonischen und aristotelischen Definitionen von Wahrheit widerlegen, indem es die Regel anwendet: „Wenn ihr, Platon und Aristoteles, dies hinsichtlich der Definition von Wahrheit behauptet, dann folgt daraus, was ihr widerlegt.“ Das ist ein „Reductio ad absurdum“.

Aristoteles, Metaph. Theta 10.

Derjenige spricht die Wahrheit, der glaubt, dass das Getrennte getrennt und das Vereinte zusammen ist; die Lüge aber spricht derjenige, der eine Meinung vertritt, die dem widerspricht.

Zwei Aspekte.

a. Wie Beth selbst sagt: eine Konfrontation der Behauptung (Proposition) mit der Realität (Überprüfbarkeit).

Anmerkung: Die vergleichende Methode spielt hier die entscheidende Rolle.

b. Das ontologisch-logische Identitätsaxiom: „Was ist, ist.“ Dies zeigt sich in den Ausdrücken „Das Getrennte ist getrennt“ und „Das Verbundene ist verbunden“.

Alles, was getrennt ist, und alles, was zusammengefügt ist, sind Beispiele (Anwendungen) dessen, was in der Formulierung als „die Dinge“ bezeichnet wird.

Diese Auffassung von Wahrheit und Falschheit führt daher über eine unplausible Dilemma-Schlussfolgerung zu etwas Absurdem. Anders ausgedrückt: Es handelt sich nicht um eine gültige Definition.

Wie ist der aktuelle Stand der zweiteiligen Anforderung?

Hat der Lügner in „was ich jetzt sage“ gelogen oder nicht? Da wir den Inhalt nicht kennen und ihn nicht mit der beabsichtigten Realität abgleichen können (Überprüfung), ist ein Urteil vorerst nicht möglich. Da wir den Inhalt von „ist falsch“ nicht kennen und ihn nicht mit der tatsächlichen Absicht des Lügners vergleichen können (Überprüfung unmöglich), ist auch hier ein Urteil vorerst nicht möglich. Wo genau liegt der Fehler in der Definition? Sie ist lediglich aufgrund zweier Unbekannter nicht anwendbar. Nicht, dass sie ungültig wäre!

Beth lobt die damit verbundene Logik in höchsten Tönen. Eine logische Analyse lässt jedoch Zweifel an dieser Lobenswürdigkeit aufkommen.

7. Nominalismus (38/39)

„Soziales Engineering“ (J. Dewey).

John Dewey (1859–1952), „der bedeutendste Pädagoge des 20. Jahrhunderts“ (Time), war Naturalist: Materialist, Determinist und naturgemäß Atheist. „Es gibt keinen Geist. Es gibt keine Seele.“

Instrumentalismus.

Alle Informationen (außer seinen Ideen natürlich), alle Verhaltensideale sind keine Normen, sondern Instrumente, um die Erfahrung des Lebens zu verändern (möglicherweise anzupassen).

In seinem Werk **Human Nature and Conduct** (*Eine Einführung in die Sozialpsychologie*), New York, 1922, plädiert er für „Sozialtechnik; gesellschaftlichen Wandel“.

Anmerkung: Parallele zu K. Lewin (1890/1947) mit seiner Gruppendynamik und der Human Change-Bewegung (ab 1956), für den Normen lediglich Konventionen waren.

Mit anderen Worten: Diese hochrangigen amerikanischen Intellektuellen wollen Veränderung.

Hier-und-jetzt-Erfahrung.

Jegliche Autorität, jegliche Tradition – ja, jegliches erworbene Wissen – muss abgelegt werden, um in einer rein hier-und-jetzt-Situation veränderbar zu werden, wie ein nackter Mann, der all seine Kleider abgelegt hat.

Anmerkung: Dies erklärt, warum Dewey B. Russell (1872/1970) auswählte, als dieser 1940 unter dem Druck einer „Koalition zur Wahrung der öffentlichen Moral“ aufgrund seiner „unmoralischen“ Ansichten gezwungen war, seine Professur in New York City aufzugeben.

Demokratisierung

Dewey wünschte sich eine Gesellschaft ohne Klassenunterschiede und dergleichen und war politisch links orientiert: Daher wählte er Lew Trotzki (1871–1940), der zunächst ein Mitstreiter Lenins und Stalins war, später aber als „Abweichler“ innerhalb des sowjetischen Systems ausgeschlossen und ermordet wurde. – Die linke Demokratie war die positive Seite von Deweys Weltanschauung.

Nominalismus.

Man sieht es: den konkreten Menschen mit seinen Ideen, Werten und

Idealen.

a. wird als ohne jegliches objektives Wesen seines eigenen Inhalts betrachtet (in jedem Fall entbehrlich),

b. somit auf eine leere Hülle und einen reinen Namen (Hier-und-Jetzt-Erfahrung) reduziert und mit Deweys Produkten gefüllt. Dabei wird die Methode als „Social Engineering“ bezeichnet.

Nebenbei bemerkt : Für Dewey und seinesgleichen ist die Schule im Wesentlichen der Ort, an dem die Sozialtechnik die Hauptaufgabe darstellt. Sie ist ein „Instrument“ der Demokratisierung (wobei die eigentliche Bildung – Naturwissenschaften, Literatur, Geschichte, Geographie – zweitrangig ist).

Seht her, eine nominalistische Kulturrevolution!

LOG39

Alles, was existiert, ist formbar.

Bibliothek Straße:

-- Rolle. Van Zandt, *Die metaphysischen Grundlagen der amerikanischen Geschichte* , Den Haag, 1959 (frl. oc, 125/156 (*Realismus versus Nominalismus*));

– J. Largeault, *Enquête sur le nominalisme* , Paris/Louvain, 1971.

Übrigens : Die Gegenüberstellung von „Nominalismus/Realismus“ findet sich auch in der Gegenüberstellung von „Konstruktivismus/Essentialismus“ wieder. – Worum geht es dabei?

Modernität.

Für den modernen Menschen, insofern er typisch modern und nominalistisch ist, gilt: „Alles, was ist, ist formbar.“ Wir erläutern dies anhand eines eindrucksvollen Beispiels.

1. Konzeptionell realistisch.

Der gesunde Menschenverstand mit seiner natürlichen Ontologie (Vorstellung von allem, was real ist) und, dieser Linie folgend, mit seiner natürlichen Logik und seinem Sprachgebrauch, postuliert, dass ein Kind – sagen wir: ein Mädchen oder ein Junge von acht Jahren – ein eigenes „Sein“ (griechisch: eidos; lateinisch: forma) besitzt, das durch Erfahrung und Vernunft in unseren Geist als der Begriff „Kind“ (hier: von acht Jahren) eindringt.

Die gängige rationale Ontologie und Logik ermöglichen es, dass das Sein

(die Form) mit seinem Inhalt (d. h. seinem Sein oder Wesen) zu sich selbst findet. Die grundlegende Haltung ist durch und durch phänomenologisch, das heißt, sie erlaubt dem Phänomen, sich in seiner unmittelbaren Offenbarung objektiv als das zu erkennen, was es an sich ist.

2. Nominalistisch.

Dasselbe Kind wird aus der „naiven“ Ordnung der Dinge, der Phänomene, herausgenommen – kritisch seines Inhalts beraubt, das heißt seines objektiven Seins oder Wesens (forma), reduziert auf bloßen Namen (lat.: nomen), so dass diese leere Hülle mit einem Inhalt gefüllt werden kann, der diesem Kind fremd sein mag, einem eigenständigen Produkt des autonomen modernen, nominalistischen Selbst oder Subjekts.

Das ist die Ontologie, die unsere Bevölkerung vor einigen Jahren im Dutroux-Skandal bis ins Mark erschüttert hat.

Man mag es kritisch drehen und wenden, wie man will: Diese Art der „Konstruktion“ der gegebenen Realität mit ihren inhärenten Inhalten (Formen) war bei Dutroux und seinen gleichgesinnten und angenehmen Mitarbeitern wirksam. Besteht darin nicht eine frappierende Ähnlichkeit zu dem, was die Logistik mit allem Realen und insbesondere mit allem Logischen anstellt?