Kurs C.6-3: Elemente der Logik

Allgemeines

Dieser Kurs behandelt die Logik nicht als eigenständige, rein formale Wissenschaft, sondern als unmittelbare Fortsetzung der Ontologie (Lehre von der Wirklichkeit) und der Harmologie (Lehre von der Ordnung der Wirklichkeiten).

Ausgehend vom doppelten historischen Ursprung des westlichen Denkens – der dialogisch-eristischen Dialektik und der mathematischen Denkweise der Pythagoreer – baut der Kurs auf den drei klassischen menschlichen Denkoperationen auf: der Begriffslehre (mit Definitionen, Taxonomie, Mengen, Induktion, Algorithmen und der Individuologie des Einzigartigen), der Urteilslehre (in der die Proposition als Beziehung zwischen einem Original und einem Modell analysiert wird, wobei zwischen sinnaufnehmenden und sinnstiftenden sowie zwischen analytischen und synthetischen Aussagen unterschieden wird) und der Schlusslehre (in der die hypothetische Bedingung „wenn/dann", der kategorische und hypothetische Syllogismus, Argumentationsformen und der Beweis durch Widerspruch eingehend behandelt werden).

Der Kurs verknüpft diese klassischen logischen Prinzipien fortlaufend mit vielfältigen Anwendungen, von Informatik, neuronalen Netzwerken und chemischer Retrosynthese bis hin zu Dekonstruktion, kriminalistischen Ermittlungsmethoden und genetischer Identifizierung.

Zusammenfassung

1: Grundlagen, Geschichte und Wesen der Logik

Der Kurs versteht Logik als Wissenschaft des gültigen Schließens, die notwendigerweise in der Ontologie (dem Sein des Seienden) und der Harmologie (der geordneten Beschaffenheit der Wirklichkeit) verankert ist. Da die Wirklichkeit selbst eine logische Struktur und Ordnung aufweist, kann der Mensch geordnet über sie nachdenken. Nach I.M. Bochenski erlebte die Logik drei große Blütezeiten: die antike Logik (4.–3. Jahrhundert v. Chr.), die mittelalterliche scholastische Logik (12.–13. Jahrhundert) und die moderne, mathematisierte Logistik ab etwa 1850.

Die westliche Logik hat außerdem einen doppelten Ursprung: Einerseits entwickelte sich die dialogische Dialektik bei den Eleaten wie Zenon von Elea, wurde von den Sophisten und Platon vertieft und von Aristoteles als eigenständige Wissenschaft unter dem Namen „Analytik" (*Organon*) begründet. Andererseits gab es die mathematische Denkweise der frühen

Pythagoreer, die bereits früh Denkoperationen und Definitionen konstruierten.

Aristoteles unterschied drei Arten des Schließens: apodiktisches Schließen (aus objektiv wahren Prämissen), dialektisches Schließen (aus wahrscheinlichen Prämissen) und rhetorisches Schließen (mit dem Ziel der Überzeugung). Erst bei den Stoikern erhielt die Lehre vom Denken die Bezeichnung *logikè*.

Der Kurs betont außerdem die Unterscheidung zwischen Logik und Erkenntnistheorie: Die eigentliche Logik untersucht die formale und hypothetische Gültigkeit eines Zusammenhangs („wenn/dann"), unabhängig von der empirischen Wahrheit oder Überprüfbarkeit der einzelnen Aussagen.

2: Begriffslehre: Definition, Einteilung und Induktion

Der Begriff ist die erste der drei klassischen Denkoperationen (Begriff, Urteil, Schlussfolgerung) und repräsentiert eine Wesensform im Geist. Ein Begriff besitzt zwei miteinander korrelierte Aspekte: seinen Begriffsinhalt (Konnotation oder Intension) und seinen Begriffsumfang (Denotation oder Extension). Beide verhalten sich umgekehrt proportional zueinander: Je reicher der Inhalt eines Begriffs ist, desto kleiner ist die Menge der Elemente, auf die er zutrifft. Leibniz bezeichnete einen Begriff als *klar*, wenn sich anhand seines Umfangs alle erfassten Gegenstände eindeutig erkennen lassen, und als *deutlich*, wenn seine inhaltlichen Merkmale geistig scharf erfasst werden.

In der Definitionslehre wird eine Definition als Formulierung des Inhalts einer Vorstellung in Form einer symmetrischen oder wechselseitigen Aussage beschrieben. Eine gelungene Definition muss das Definierte ausschließlich (*de solo*) und vollständig (*de omni et toto*) wiedergeben. Wissenschaftliches Arbeiten ist ein dynamischer Prozess, der von einer vorläufigen oder lemmatischen Definition (einer ersten Arbeitsdiagnose oder einem vorläufigen Arbeitsbegriff) zu einer abgeschlossenen oder analytischen Definition führt. Ontologisch erfolgt die Definition häufig mithilfe der allgemeinen Gattung (*genus*) und des spezifischen Unterschieds (*differentia specifica*).

Der Definition, die den Inhalt formuliert, steht die Einteilung oder Taxonomie gegenüber, die den Umfang ordnet. Eine gute Einteilung muss vollständig sein (keine Elemente auslassen) und irredundant (keine überflüssigen Wiederholungen enthalten). Platon verwendete dafür die diairetische Methode (vom Allgemeinen zum Besonderen) und die synoptische

Methode (Daten gemeinsam betrachten). Porphyrios stellte diese Methoden später im „Baum des Porphyrios“ bildlich dar.

Die Begriffslehre umfasst auch die Induktion als Methode der Verallgemeinerung. Dabei wird grundlegend unterschieden zwischen:

- *Summativer Induktion*: Zusammenfassung bereits einzeln geprüfter Fälle zu einer Gesamtheit oder einem Inventar (rückwärtsgerichtete Information).
- *Amplifikativer Induktion*: Übertragung verifizierter Fälle auf noch nicht geprüfte, aber überprüfbare Fälle auf der Grundlage einer Hypothese (vorwärtsgerichtete, erkenntniserweiternde Information). Dazu gehören sowohl die sokratische Induktion (von Einzelfällen zur allgemeinen Menge) als auch die baconische oder kausale Induktion (Verallgemeinerung von Kausalzusammenhängen).

3: Mengenlehre, Algorithmen und algorithmisches Denken

Sammeln bedeutet, den Umfang eines Begriffs ausdrücklich zu erfassen. Diese Fähigkeit existiert seit archaischer Zeit als intuitive, „mantische“ oder unterschwellige Fertigkeit. Ein Beispiel sind die Xhosa, die ihre Herden überblicken können, ohne die Tiere ausdrücklich zu zählen.

In der Geschichte der Mathematik entwickelte sich diese Fähigkeit über die platonische stoicheiotische Methode (Faktorenanalyse oder Elementenlehre) und die lemmatisch-analytische Methode hin zur modernen Buchstaben- oder Begriffsrechnung von François Viète, René Descartes, Isaac Newton und Gottfried Wilhelm Leibniz. Cantor formalisierte sie in der modernen Mengenlehre (*Mengenlehre*), während Giuseppe Peano die Arithmetik mithilfe pasigraphischer Symbole und mathematischer Induktion axiomatisierte.

Praxeologisch wird ein Algorithmus als zielgerichtete Folge von Handlungen definiert: Ausgehend von einer Problemsituation (Ausgangszustand) wird durch eine Reihe eindeutiger Anweisungen oder Schritte ein Endzustand beziehungsweise Ziel erreicht. Algorithmen treten in vielfältigen Formen auf, von magischen und kulinarischen Rezepten bis hin zu Chomskys generativer Grammatik und moderner Computersoftware.

Bei der Computerprogrammierung unterscheidet man iterative (wiederholende), sequenzielle (reihenfolgeabhängige) und selektive (wahlabhängige) Algorithmen. Denker wie Joseph Weizenbaum und Jacques Ellul warnen jedoch vor den Grenzen und dem einseitigen „Computerterrorismus“ eines ausschließlich algorithmischen Denkens.

Neuronale Netzwerke, die die Struktur des menschlichen Gehirns ohne ein festes klassisches Programm simulieren, sowie die chemische Retrosynthese des Nobelpreisträgers Elias J. Corey zeigen zudem, dass sich algorithmische Strukturen ständig weiterentwickeln und auf andere wissenschaftliche Bereiche ausdehnen.

4: Individuologie: die Logik des Einzigartigen

Die Individuologie oder Idiographie ist die logische Untersuchung und Beschreibung des Einzelnen, Einzigartigen oder Seltenen. Obwohl die klassische Scholastik behauptete, das Individuelle sei als solches unaussprechlich (*individuum ineffabile*) und es gebe keine abstrakte Wissenschaft vom Individuellen, zeigten die Jesuiten von Coimbra (die Conimbricenses), dass sich das Einzigartige durch das nicht weiter reduzierbare Zusammenwirken sämtlicher Merkmale definieren lässt.

Das Einzigartige lässt sich mithilfe zweier besonderer Definitionsmethoden erfassen:

- *Ostensive-charakterisierende Definition*: Definition durch unmittelbares Zeigen und anschauliches Erklären.
- *Singulär-situative (oder konkrete) Definition*: Einordnung des einzigartigen Gegenstands in seinen spezifischen Kontext anhand des Netzwerks aus Wesensform, Gestalt, Ort, Herkunft, Name, Heimat und Zeit (*forma, figura, locus, stirps, nomen, patria, tempus*).

Wenn ein einzigartiger Gegenstand nicht unmittelbar zugänglich ist, verwendet man die mittelbare Methode oder Konvergenzmethode, auch Detektivmethode genannt. Dabei werden einzelne, für sich genommen nicht entscheidende Zeichen, Spuren oder Wahrscheinlichkeiten gesammelt, die gemeinsam in dieselbe Richtung weisen und dadurch Beweiskraft gewinnen. Dieses Prinzip findet sich in Literatur und Semiotik (Sherlock Holmes, Umberto Ecos *Der Name der Rose*), bei der Verfolgung von Computerhackerinnen und -hackern (wie Cliff Stoll gezeigt hat), in der modernen Biologie bei der Identifizierung von Individuen anhand ihres einzigartigen genetischen Profils (DNA-Fingerabdruck) und in der Linguistik anhand des individuellen Idiolekts eines Sprechers.

5: Urteilslehre: die Struktur der Proposition

Das Urteil oder die Proposition ist die zweite Denkoperation und verbindet mindestens zwei Begriffe. Der Kurs betrachtet das Urteil aus modelltheoretischer Sicht: Das Subjekt fungiert als Original, während das Prädikat als Modell Informationen über dieses Original liefert, und zwar auf

der Grundlage vollständiger oder teilweiser Identität. Ein Urteil kann metaphorisch sein (auf Ähnlichkeit und einer distributiven Struktur beruhend) oder metonymisch (auf Zusammenhang und einer kollektiven Struktur beruhend).

Darüber hinaus wird unterschieden zwischen:

- *Sinnaufnehmenden Urteilen*: Aussagen, die eine unmittelbare Evidenz oder Feststellung in der Wirklichkeit registrieren (*pistis atechnos*).
- *Sinnstiftenden Urteilen*: Aussagen, die Daten durch Schlussfolgerung, Interpretation oder Projektion mit Bedeutung versehen (*pistis entechnos*).

Immanuel Kant und später die logischen Positivisten (Rudolf Carnap) unterteilten Urteile in analytische Urteile (bei denen das Prädikat bereits im Begriffsinhalt des Subjekts enthalten ist; sie erweitern die Erkenntnis nicht und sind tautologisch) und synthetische Urteile (bei denen das Prädikat durch empirische Überprüfung neue Informationen hinzufügt und somit die Erkenntnis erweitert).

In der zeitgenössischen Philosophie untersucht Jacques Derrida, wie widersprüchliche Urteile und Texte dekonstruiert werden können, indem ihre zugrunde liegenden Prämissen und gesellschaftlichen „Gemeinplätze“ offengelegt werden.

6: Schlusslehre, Syllogistik und Argumentationstheorie

Das Schließen ist die dritte Denkoperation und besteht darin, aus einer oder mehreren Prämissen eine Schlussfolgerung abzuleiten. Im Zentrum steht die hypothetische Struktur („wenn A, dann B“), in der die Prämisse eine notwendige oder hinreichende Bedingung formuliert. Dies beruht auf dem ontologischen Prinzip des zureichenden Grundes: Alles hat eine Möglichkeitsbedingung in sich selbst oder außerhalb seiner selbst. Platon unterschied dabei zwischen einer vorwärtsgerichteten (axiomatisch-deduktiven) und einer rückwärtsgerichteten (reduktiven/regressiven) Hypothese.

Nach Charles Sanders Peirce gibt es drei grundlegende Schlussformen:

- *Deduktion*: analytische Ableitung des Besonderen aus dem Allgemeinen.
- *Induktion*: synthetische Verallgemeinerung einzelner Tatsachen zu einer allgemeinen Regel.
- *Abduktion* (Hypothese): synthetische Vermutung einer erklärenden Prämisse für einen festgestellten Sachverhalt.

Den klassischen Kern der Schlusslehre bildet die Syllogistik oder Lehre vom Syllogismus. Ein Syllogismus besteht aus zwei Prämissen (Ober- und Untersatz) und einer Schlussfolgerung. Neben kategorischen Syllogismen (die in ihrer tieferen Struktur verkappte hypothetische Aussagen sind) gibt es hypothetische Syllogismen sowie zahlreiche Kombinationen von Figuren und Modi. Zu den unregelmäßigen Syllogismen gehören das Enthymem (mit einer unausgesprochenen Prämisse), der Polysyllogismus, der Sorites und das Epicheirem.

In der Argumentationstheorie und Rhetorik dient eine Argumentation dazu, eine Meinung zu rechtfertigen und die Zustimmung eines Publikums zu gewinnen. Man unterscheidet rhetorische Argumentationen (auf Wahrscheinlichkeit ausgerichtet), dialektische Argumentationen (auf plausiblen wissenschaftlichen Hypothesen beruhend) und apodiktische Argumentationen (auf absolut sicheren Prämissen beruhend).

Häufige Schlussformen sind das Autoritätsargument (*argumentum ex auctoritate*, dessen Anwendungsbereich kritisch geprüft werden muss), das *argumentum ad hominem*, paralogisches oder sophistisch-trügerisches Schließen (etwa falsche Dilemmata) sowie der Beweis durch Widerspruch (*reductio ad absurdum* oder apagogischer Beweis).